

2019年度 修士学位論文

高輝度電子-陽電子衝突型加速器を用いた
ダークマターの探索

奈良女子大学大学院 人間文化研究科
物理科学専攻 高エネルギー物理学研究室

学籍番号 18810136

藪内 晶友美

令和2年2月28日

概要

本研究では、高エネルギー加速器研究機構 (KEK) で稼働している SuperKEKB 加速器/Belle II 測定器を用いた Belle II 実験におけるダークフォトンの探索の状況について報告する。ダークフォトン近年の多くの観測で宇宙に多量に存在すると思われるダークマターの一つの候補である。

探索モードは電子・陽電子衝突反応の終状態に 1 光子のみが生成され、他に何も粒子が観測されない過程 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ である。ここで invisible は観測されない粒子を表す。もしこの事象においてある決まった質量の粒子が生成されていれば、光子のエネルギー分布または missing 質量分布に特徴的なピーク構造が見られることが期待できる。本論文では、信号事象探索の背景やモチベーションについて説明するとともに、モンテカルロシミュレーションによる検出効率、バックグラウンド、トリガーの評価を行い Belle II 実験でのダークフォトン・ダークマターの探索感度について議論する。

目次

第1章	はじめに	3
1.1	素粒子標準模型	3
1.2	ダークマター	3
1.2.1	宇宙観測によるダークマターの証拠	4
1.2.2	ダークマターとはなにか	7
第2章	ダークマターの探索の現状	9
2.1	WIMP シナリオ	9
2.2	ダークセクター	12
2.2.1	ポータル粒子とポータル相互作用	13
2.3	ダークフォトン	14
2.4	SIMP シナリオ	15
2.4.1	SIMP モデル	16
2.5	電子・陽電子衝突型加速器を用いたダークフォトン探索	18
2.5.1	$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + A'(A' \rightarrow \text{invisible})$ 事象	18
第3章	Belle II 実験	19
3.1	SuperKEKB 加速器	19
3.2	Belle II 測定器	21
3.2.1	中央飛跡検出器 (CDC:Central Drift Chamber)	23
3.2.2	電磁カロリメーター (ECL:Electromagnetic Calorimeter)	24
3.2.3	μ 粒子・中性 K 中間子検出器 (KLM: K_L^0 and Muon Detector)	25
3.2.4	Belle II トリガーシステム	27
第4章	信号とバックグラウンドのモンテカルロシミュレーション	29
4.1	信号事象の生成	29
4.2	バックグラウンド事象の MC	31
第5章	1 光子生成事象の観測	32
5.1	1 光子生成事象の特徴	32
5.2	バックグラウンド事象の特徴	33
5.3	$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ 事象の選別	34
5.3.1	光子・荷電粒子の条件	34
5.3.2	$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ 事象の弱い選別 (Loose)	35
5.3.3	$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ 事象の強い選別 (Tight)	45

第 6 章	ダークフォトンの検出感度	48
6.1	信号の上限値の求め方	48
6.2	ダークフォトンの検出感度	49
第 7 章	まとめ	52
付 録 A	Gauge Boson Mixing	53
付 録 B	上限値の求め方	56
B.1	ML 法	56
B.2	平均の上限値: Asimov データセット	59
B.3	具体例: バックグラウンドの量とそのエラーが知られている場合の平均上限値	60
付 録 C	最尤法の式の導出	61
C.1	式 (B.6) の導出	61
C.2	式 (B.9) の導出	61
C.3	式 (B.26) の導出	62
参考文献		65
謝辞		68

第1章 はじめに

我々の宇宙に多量に存在すると予想されているダークマターとは何なのか。その謎を解くことは現在の素粒子物理と宇宙物理に課せられた大きな課題である。本論文ではその探求の一つの方法である電子・陽電子加速器を用いたダークマターの探索の試みとそこで予想される検出感度について報告する。

1.1 素粒子標準模型

我々の暮らす地球、宇宙、その全ての物質を構成する最小単位の粒子を素粒子と呼ぶ。現在知られている素粒子には半整数スピンをもつフェルミオンと、整数スピンをもつゲージボソンとヒッグスボソンが存在する。フェルミオンは物質を構成する素粒子で、強い力の影響を受けるクォークと、強い力の影響を受けないレプトンに分けられる。ゲージボソンは粒子間に働く力を媒介するスピン1のゲージボソンと、粒子に質量を与えるスピン0のヒッグスボソンが存在する。標準模型に含まれている素粒子を図1.1に示す。

クォークとレプトンにはそれぞれ3世代6種類の粒子が存在する。素粒子の間には”強い力”、”弱い力”、”電磁気力”、”重力”の4つの力が働くことが知られている。このうち、弱い力と電磁気力の統一的な記述に成功しており、これをワインバーグ・サラム理論という。また、強い力を説明する量子色力学(QCD:Quatum Chromoy Dynamics)は強い相互作用が関与する素粒子現象、特に高いエネルギー領域における素粒子現象を非常に良く記述する。ワインバーグ・サラム理論にQCDを加えたものを”素粒子標準模型”と呼ぶ。標準模型は $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(1)_Y$ ゲージ対称性に基づくゲージ理論で、実験結果をよく説明し、物理現象を極めてよく記述する理論として知られている。標準理論の素粒子として長い間未発見であったヒッグス粒子も2012年にLHC実験で発見され、それによって素粒子の標準理論の粒子はすべて確認された。標準理論では自然界に見つかっている4つの力のうち、重力相互作用だけはその枠組みから外れてしまっており、統一的に扱える段階には至っていない。

1.2 ダークマター

素粒子物理学の理論ではここ数十年の間、いかにElectroweakのスケール(Wボソンの質量100 GeV程度、 $\mathcal{O} \sim (100)\text{GeV}$)をGUTスケール($\mathcal{O}(10^{15})\text{ GeV}$)の枠組みで自然に説明するのかを主な指導原理として発展してきた。この課題において活発に議論されたのが、超対称性や余剰次元模型、複合ヒッグス模型などの標準理論を超える新物理であり、これらを検証するための実験・観測がこれまでに実施され、現在も続けられている。しか

Standard Model of Elementary Particles

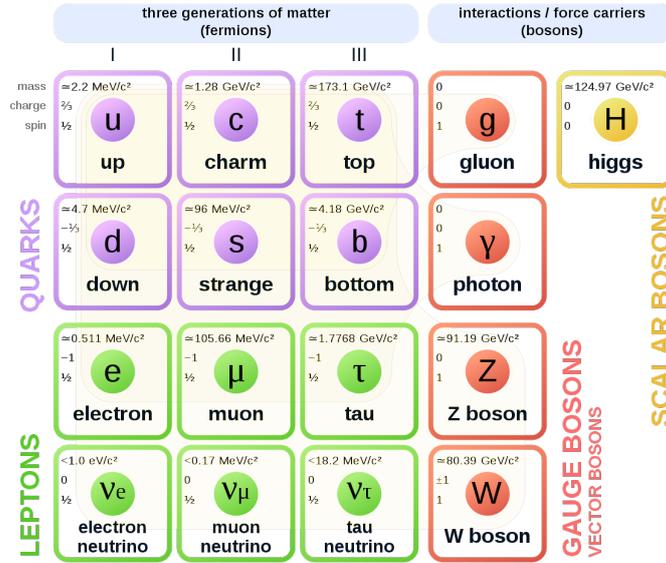


図 1.1: 素粒子の標準理論。12個のフェルミオンと5個のボソンが存在する。紫色の囲みがクォーク、緑の囲みがレプトン、赤がゲージボソン、黄色がヒッグスボソンである。

しながら、近年の大型ハドロン加速器実験 (LHC) をはじめとする様々な実験においてこれら新物理の確かな証拠は見つかっていない。そのような背景のもと近年注目されつつあるのが、“ダークマター”を足掛かりに新物理を解明するという考え方である。ダークマターは宇宙での観測から存在が強く示唆されているが、その詳しい性質は不明で、それに対応するような粒子は素粒子の標準理論の中には存在しない。

1.2.1 宇宙観測によるダークマターの証拠

銀河団および銀河中のダークマター

ダークマターは、1934年にスイスの天文学者 Fritz Zwicky によってはじめて提唱された [1]。Zwicky はかみのけ座銀河団中の銀河の速度分散は、観測される星・ガスから見積もられる見かけの速度よりも約 100 倍早く、他にも銀河中に質量を持つ物質が必要であると主張した。

その後渦巻銀河の回転速度の測定が進み、回転速度の中心からの距離依存性の調査が水素原子 21cm 線の観測により活発に行われた。図 1.2 は、渦巻き銀河 M33 の回転曲線である。銀河中心を回る円軌道上にある星について、軌道半径 r 、軌道速度 v 、銀河中心からの半径 r の球に含まれる質量を $M(r)$ とすると、ケプラーの第三法則は

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad (1.1)$$

となり、速度 v は $1/\sqrt{r}$ に比例し遅くなることが期待される。しかし、予想に反して観測される速度 v は r がどこまで増加しても上昇し続けており、ケプラーの法則から予想される v が r とともに減少するという傾向は全く見えない。これは、見える星の円盤を取り巻く部分に多量の”ダークハロー”が存在するためであると説明されている。

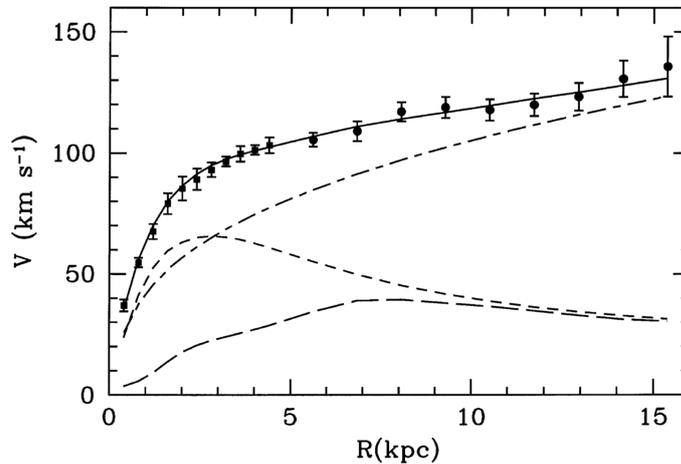


図 1.2: M33 の回転曲線。黒点が M33 の回転曲線、関数により fit を行っている。ドットと破線のラインは halo による成分、短い破線は星の dist による成分、長い破線はガスによる寄与とそれぞれ考慮した時に期待されるダストの速度曲線。観測データ (黒丸) は多量のダークハローを含めたときのみ説明できる。[2]

重力レンズ

図 1.3 は、弾丸銀河団 (bullet cluster IE0657-57) の観測結果である。左図が可視光による観測結果で右図の黄色や赤で示された分布が X 線による観測結果である。両方の図に示された緑の線がハッブル宇宙望遠鏡による弱い重力レンズ効果の解析により得られた質量分布である。この弾丸銀河団は小さな銀河団と大きな銀河団が衝突した後しばらく時間が経過した後の姿であると解釈されている。銀河団の質量中心は高温のガス付近よりも前方にある事が読み取れ、2つの銀河団が衝突後、重力源の物質のほとんどが相互作用を行わずに通過したと解釈できる。この通過した物質をダークマターとすれば、ガスよりも反応性が低いダークマターが先行して移動していると解釈でき、この観測結果からもダークマターの存在が強く支持される。

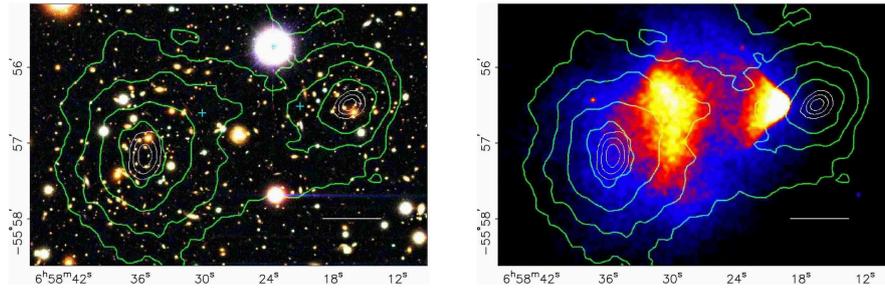


図 1.3: 2つの銀河団の衝突。(左):可視光望遠鏡マゼランでの観測結果、(右):X線天文衛星チャンドラで測定したプラズマガス分布のカラー画像。白線は $200kpc$ の縮尺である。いずれの画像も、緑の線は重力レンズ効果により観測された重力源分布を示す。[3]

宇宙マイクロ背景放射 (CMB:Cosmic Microwave Background)

宇宙マイクロ背景放射 (以下 CMB) は、1965 年にペンジャスとウィルソンによって発見された、天球上のあらゆる方角からほぼ等方的に観測されるマイクロ波のことである。CMB スペクトルは温度 2.725 K の理想的な黒体放射 (プランク分布) で記述できることが知られている。

高温高密度の初期宇宙が膨張し宇宙の温度が下がってくると、原始元素合成によりできた原子核が宇宙空間に存在する自由電子と結合し、中性の原子となる。この過程によって宇宙空間の自由電子が激減する。これを電子の再結合という。電子の再結合後、光子と自由電子の熱平衡が切れると、光子は宇宙空間を直進できるようになる。これは宇宙の晴れ上がりと呼ばれ、この時宇宙を直進してきた光子が現在 CMB として観測されている。

CMB の存在は宇宙のビッグバン理論の直接の証拠である。CMB が天球上のあらゆる点 (θ, ϕ) においてほぼ等方というその性質から、ビッグバン+インフレーション宇宙理論の支持に繋がっている。

図 1.4 は、ウィルキンソン・マイクロ波異方性探索機 (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe、以下 WMAP) によって 9 年間にわたり測定された CMB に関する図である。CMB はほぼ等方的であるが、 10^{-4} レベルの温度揺らぎが存在する。左の図は WMAP 全天マップで、温度が少し高い部分が赤色、低い部分が青や黒で示されている。右の図は全天マップの揺らぎの角度スペクトルを表したもので、マップ内の”スポット”の相対温度とスポットのサイズを示している。この曲線の形状には宇宙の歴史に関する豊富な情報が含まれており、多くの宇宙パラメータの高精度な測定が行われた。そのうちの 1 つに、現在の宇宙の組成比がある。その結果を図 1.5 に示す。図から分かるように、CMB の観測結果から、陽子や原子核等バリオンと呼ばれる我々が知っている物質は全宇宙の約 5% にしか満たないこと、一方、ダークマターは 23 ~ 27% とバリオンの 5 倍の量が存在することを示している。

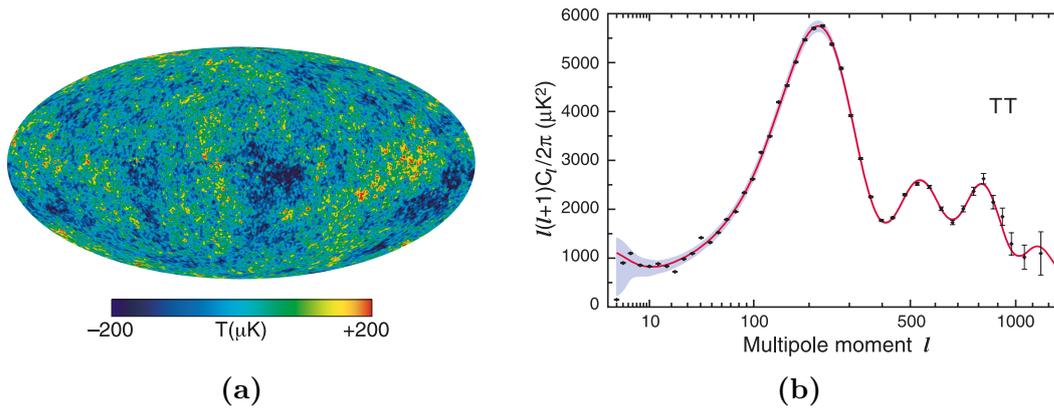


図 1.4: WMAP 衛星による CMB の観測。(a):WMAP 全天マップにおける CBM のスペクトル。2.725 ± 200 K のカラー画像で示されている。(b):WMAP 全天マップの揺らぎの角度モーメントスペクトル。WMAP のデータが黒の点、一番良いフィットが赤の線である。3つのピークがきれいに観測され、そのピークの位置や強度に宇宙の曲率や存在する物質の量に関する豊富な情報が含まれている。[4]

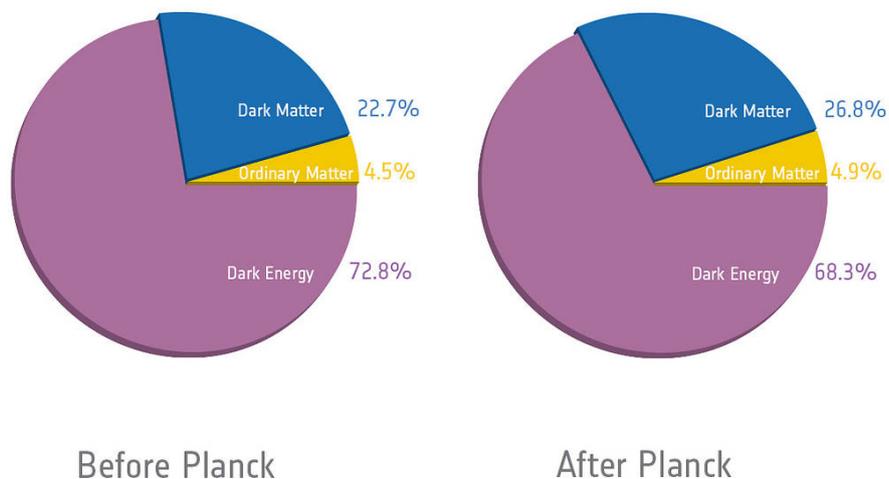


図 1.5: 宇宙の組成比。(左):WMAP-9 年間の測定データに基づく、(右):人工衛星プランクによる CMB の測定データに基づく宇宙の組成比の結果。(2018 年更新)

1.2.2 ダークマターとはなにか

このように宇宙観測によってその存在が確立したダークマターだが、その具体的な性質(それが何であり、どのような相互作用をする物質であるかは)ほとんど分かっていない。ダークマターの問題は現在の素粒子物理および宇宙物理に課せられた大きな課題である。ダークエネルギーも大きな問題であるがここではそのことには触れない。

ダークマターが満たすべき性質としては、以下のようなものが挙げられる。

1. 電氣的に中性である。
2. 有限な質量を持ち、非相対論的に運動している。
3. 宇宙の寿命に比べて十分長い寿命を持ち、安定している。
4. 標準理論の粒子とはほとんど相互作用をしない。色電荷(カラー)は持たず強い相互作用を行わない。弱い力を感じるかは不明である。

これらの特徴を持ったダークマターは、これらの性質故に直接的な観測が難しく、これまでの証拠は重力相互作用が関係する現象に限られている。

このダークマターを説明するために現在多数のシナリオが提案されており、その質量は非常に軽い粒子から小型のブラックホールまで、エネルギースケールにして 10^{22} eV から 10^{68} eV にも及ぶ(図 1.6 参照)。このような広範囲のエネルギースケールにわたってダークマターを実験的に探ることは現実的ではなくエネルギー領域ごとに異なった手法による研究が進められている。図 1.6 の一番下にそれぞれのエネルギー領域にどのような手法や物理が関係しているかを示した。

次章ではそのいくつかのモデルを紹介し、近年注目されているダークマターの集団であるダークセクター (Hidden Sector と呼ばれている) について触れる予定である。このダークセクターのシナリオが本探索実験のモチベーションとなっている。

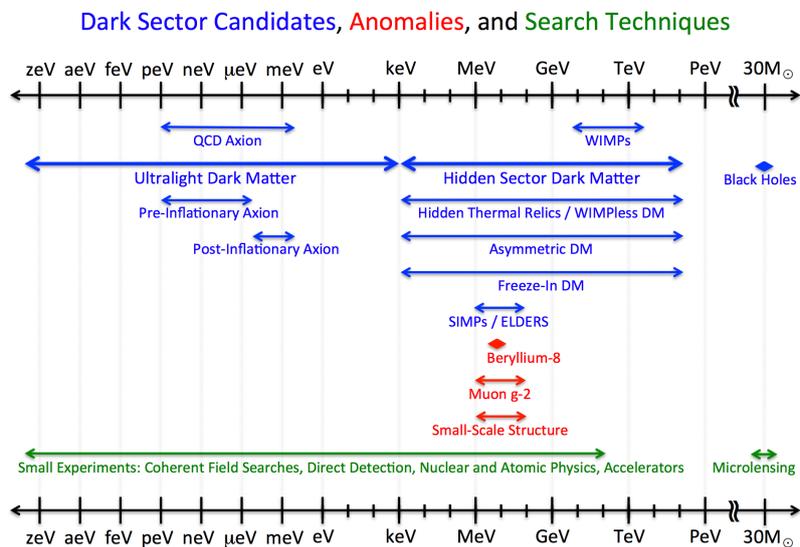


図 1.6: ダークマターの様々なシナリオ (青字) と実験からのヒント (赤字)、および各エネルギー領域に対応する検出技術 (緑字)[6]。

第2章 ダークマターの探索の現状

2.1 WIMP シナリオ

WIMP(Weakly Interacting Massive Particle : 弱く結合する大質量粒子) と呼ばれる粒子がダークマターの有力な候補として 2000 年頃から注目され、多くの大型地下実験および高エネルギー加速器実験で探索が続けられてきた。また、現在も精力的に研究が進められている。ここでははじめに、WIMP シナリオで現在宇宙の存在するダークマターの量 25% をどのように説明できるかについて簡単に復習する。

図 2.1 は、ビッグバン宇宙論に基づく宇宙の歴史をまとめたものである。図中の宇宙がはじまって 4 分後のところに「原子元素の合成」とあるが、これはその時点で、それまで熱平衡状態にあった陽子と中性子が宇宙膨張により冷えたために結合しはじめ、それにより原子核が形成された時点を示している。この時点で形成される核種の種類は原子核のよく知られた性質 (結合エネルギーと中性子と陽子の質量差、中性子の寿命) を用いて、統計力学の手法で計算することができる。これがガモフが最初に提案した原子核創成のシナリオであり、これにより現在宇宙に存在する軽い原子核 (陽子、重陽子、Li、Be) の存在比を非常によく説明することが知られている。

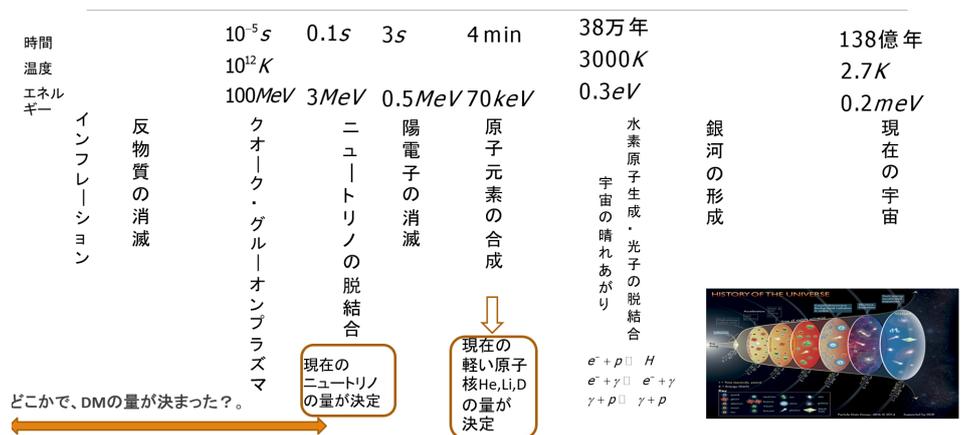


図 2.1: ビッグバン宇宙論による宇宙の歴史

WIMP シナリオによるダークマターの存在比の予言は、これと同じ機構がより温度の高い宇宙初期に働いたという仮定に基づいている。その計算では、ダークマター (χ) が対消滅して標準理論の粒子 (f) が生成される過程

$$\chi + \bar{\chi} \rightarrow f + \bar{f} \tag{2.1}$$

が重要である。ここで上付きのバーは反粒子を表す。熱平衡から脱する時刻は、この反応の反応率 ($\Gamma = \sigma_{\chi\bar{\chi}} \cdot v \cdot n(\chi)$) と宇宙の膨張率 (H) が等しくなるという条件から決まる。

$$\Gamma = \sigma_{\chi\bar{\chi}} \cdot v \cdot n(\chi) = H \quad (2.2)$$

ここで、 $\sigma_{\chi\bar{\chi}}$ は DM の消滅反応 (2.1) の断面積、 v は DM の速度、 $n(\chi)$ は DM の粒子数密度、 H はその時刻 (温度) でのハッブル定数の値である。

WIMP シナリオでは、DM の結合定数を標準理論の電弱相互作用の強さと同じと仮定しているので、 $T \ll m_\chi$ のとき、

$$\sigma_{\chi\bar{\chi}} = \frac{\pi\alpha^2 m_\chi^2}{c_w^4 m_Z^4} \quad (2.3)$$

で与えられる。ここで、 $\alpha = 1/137$ 、 m_χ : DM の質量、 c_w : ワインバーグ角のコサイン、 m_Z : ボソンの質量である。¹

DM は重いため、速度は非相対論より

$$v = \sqrt{\frac{2T}{m_\chi}}, \quad (2.4)$$

また、 $n(\chi)$ は温度 T のマックスウエル分布で与えられる。一方、時刻 t 、温度 (T) の時のハッブル定数 $H(T)$ は、宇宙初期が放射優勢を仮定することにより、

$$H(t)^2 = \left(\frac{1}{2t}\right)^2 = \frac{\rho_\gamma(t)}{3M_{pl}^2} = \left(\frac{\pi\sqrt{g_{eff}}}{\sqrt{90}} \frac{T^2}{M_{pl}}\right)^2, \quad (2.5)$$

ここで、 $\rho_\gamma(t)$ は時刻 t での放射エネルギー密度、 M_{pl} はプランク質量で重力定数 G と $G = 1/(8\pi M_{pl}^2)$ の関係を持つ。また、 g_{eff} はその時刻 t での有効自由度でその時刻に存在するフェルミオン (=2*color) とボソン ((=7/8*スピン自由度) によって決まる。

以上を式 (2.2) に代入することにより DM が熱平衡から脱する温度を T_{dec} が決まり、その時の DM の個数密度

$$n_\chi(T_{dec}) = g \left(\frac{m_\chi T_{dec}}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-m_\chi/T_{dec}} \quad (2.6)$$

が決まる。その後現在までは宇宙の自由膨張のみが影響する。以上を考慮すると、現在の DM の残存量 $\Omega_{DM} \equiv \rho_\chi/\rho_c$ は

$$\Omega_\chi h^2 = 0.12 \left(\frac{m_\chi/T_{dec}}{23}\right)^{3/2} \frac{\sqrt{g_{eff}}}{10} \left(\frac{35\text{GeV}}{m_\chi}\right)^2 \quad (2.7)$$

となる。ここで、 ρ_c は臨界質量で $\rho_c = 3M_{pl}^2 H_0^2 = (2.5 \cdot 10^{-3} \text{eV})^4$ 、 T_0 は現在の温度 ($T_0 = 2.73^\circ$)、 h は 100km/sMpc を単位にしたハッブル定数の現在の値で $h = 0.7$ である。(詳しい計算はプレプリント [5] を参照。上の式はボルツマンの輸送方程式を用いたより詳しい計算の結果である)。式 (2.7) は m_χ が数十 GeV であれば現在の DM の量を説明できることを示している。

¹この式は $m_\chi < m_Z/2$ を仮定していることに注意。

これまでの結果は、断面積 $\sigma_{\chi\chi}$ として式 (2.3) を用いた場合である。これは $m_\chi < m_Z/2$ の時の断面積である。 $m_\chi > m_Z/2$ の場合で、結合定数も電弱力ではなく任意の結合定数 g とすると、平均の積の値 $\langle \sigma_{\chi\chi} v \rangle$ が

$$\langle \sigma_{\chi\chi} v \rangle \approx \frac{g^4}{16\pi m_\chi^2} = \frac{1.7 \cdot 10^{-9}}{\text{GeV}} \quad (2.8)$$

であれば、観測される DM の量を説明できることを示せる。ここから、結合定数と DM の質量の間には

$$g^2 = \frac{m_\chi}{3.4 \text{ TeV}} \quad (2.9)$$

の関係が成り立つ。すなわち、 $g \sim \mathcal{O}(0.5)$ であれば DM の質量が TeV 領域であることを示している。

このようダークマターが期待される質量領域と超対称性粒子の質量領域が偶然よく一致したことから、「**WIMP ミラクル**」と呼ばれた。その為当時建設中であった LHC の重要なテーマに取り上げられるとともに、大型の地下実験施設が世界中に多数建設される要因となった。

しかしながら、現在までのところ LHC には新粒子の兆候はみられず、地下実験のこれまでの結果はすべて否定的である。図 2.2 に 2017 年段階の地下ダークマター探索実験で報告されたダークマターと原子核との散乱断面積の上限値を示す。少数の例外的な実験を除いてすべて否定的な結果である。図中で 10 GeV 以下の領域で実験感度が急激に落ちているのは、DM と原子核との衝突で反跳される原子核の運動エネルギーが検出器の信号検出限界（約 10 KeV）となるためである。

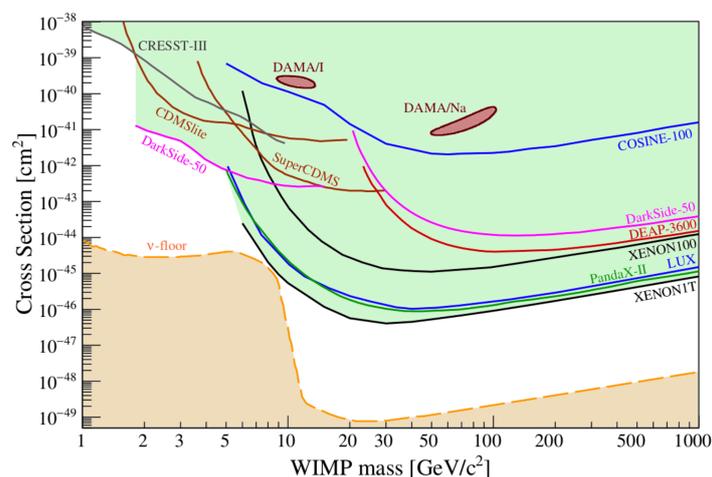


図 2.2: 大型地下ダークマター探索実験によるダークマターと原子核との散乱断面積の上限値 (2017 年段階) [10]。

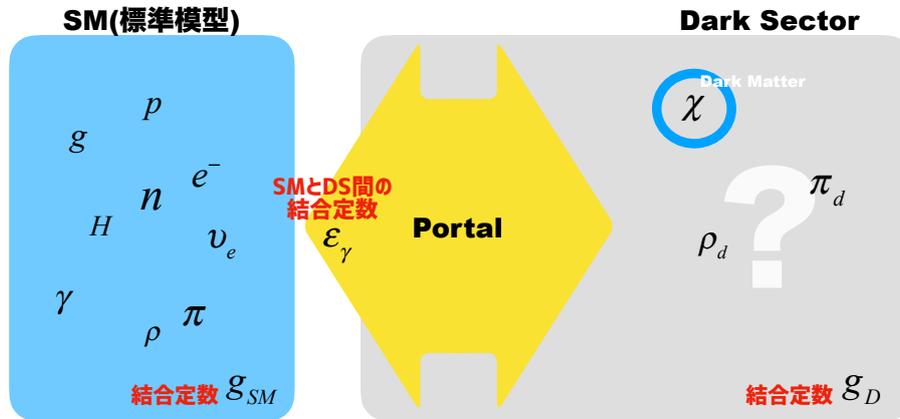


図 2.3: ダークセクターの概念図

2.2 ダークセクター

以上のような背景のもと、ダークマターの物理をより広く見直すことの重要性が認識された。そこで以下のようなダークセクターの枠組みで、ダークマターをより広く探索する議論が進んでいる。

1. WIMP では一種類の DM しか対象にしていなかったが、標準理論の粒子が多様であると同じようにダークマターの粒子も多様であると期待される。その多様なダークマターの世界をダークセクター とよび、標準理論の世界と区別する。
2. WIMP のシナリオの説明に述べたように、宇宙に現存する DM の量を説明するには、少なくとも宇宙の初期には DM と標準理論の粒子の間に相互作用が存在しなければならない。そのような標準理論の粒子とダークセクターとの間の相互作用を媒介する粒子をポータル (入口) 粒子 とよぶ。
3. WIMP の場合には標準粒子との結合定数の大きさを電弱相互作用と同程度としたが、それにはとらわれずに結合定数はフリーパラメータとして扱う。
4. 理論の整合性を保つために、ポータル粒子と標準理論の粒子との間のポータル相互作用はゲージ不変な相互作用のみを対象とする。
5. ポータル粒子は更に軽いダークセクターの粒子 (この粒子は標準理論の粒子とは相互作用しない) に崩壊が可能で、ポータル粒子がダークセクターの粒子の中で必ず一番軽い粒子である必要はない。

後述するように、これらの可能性を考慮すると TeV 領域だけではなく、GeV や MeV 領域に質量をもつダークマターの探索が重要になることが認識されている。現在その領域の探索計画が加速実験のみでなく、地下実験でも様々な計画が提案されているところである。

2.2.1 ポータル粒子とポータル相互作用

上に述べた 4 番目の条件は理論的には厳しい条件であり、ここから可能な相互作用は 4 つのみでベクターポータル、スカラー（ヒッグス）ポータル、ニュートリノポータル、擬スカラーポータルに制限される。以下その 4 つを簡単に説明する。

ベクターポータル：
$$-\frac{\epsilon}{2\cos\theta_w}B_{\mu\nu}A'^{\mu\nu}$$

標準理論の $U(1)_Y$ ゲージボソンのテンソル場 $B_{\mu\nu}$ とダークセクターの $U(1)_D$ ダークベクターボソンのテンソル場 $A'^{\mu\nu}$ が結合し運動項に相互作用が存在する場合である。これを運動項結合 (kinematic coupling) とよぶ。 $A'^{\mu\nu}$ には、ダークフォトン A' やダーク Z^0 が含まれている。

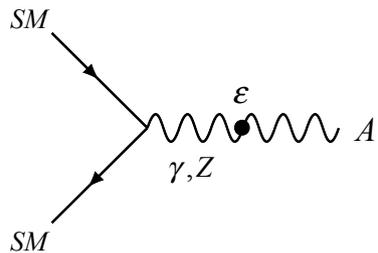


図 2.4: ベクターポータルのファインマンダイアグラム

スカラーポータル：
$$(\mu S + \lambda' S^2)|H|^2$$

H が標準理論のヒッグスで、 S がダークセクターのポータル粒子である。 S にはダークヒッグスやダークスカラーが該当する。

ニュートリノポータル：
$$Y_N \bar{L} H N$$

右巻きニュートリノやステライルニュートリノなどが該当する。 Y_N が結合結合定数。 L は標準理論のレプトン 2 重項、 H がヒッグス場、 N がダークセクターの右巻きニュートリノやステライルニュートリノである。

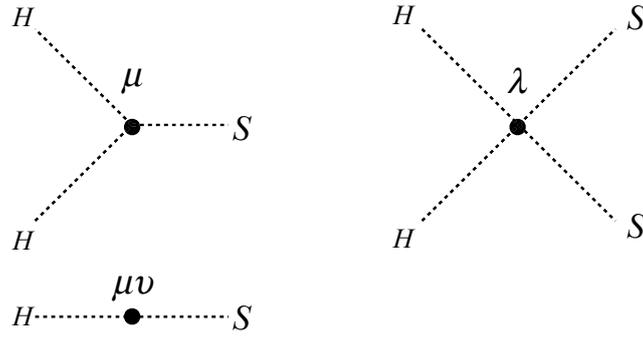
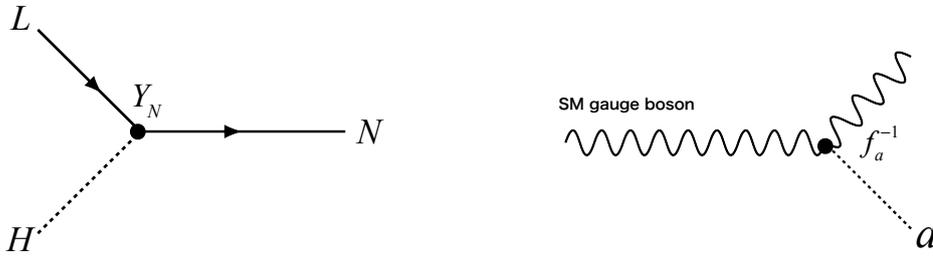


図 2.5: スカラーポータルのファインマンダイアグラム



(1) ニュートリノポータル

(2) 擬スカラーポータル

図 2.6: ニュートリノポータルと擬スカラーポータルのファインマンダイアグラム

擬スカラーポータル : $\frac{a}{f_a} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$

Axion-Like Particles (ALPs) がこれに該当する。 a がダークセクターの axion 場、 f_a が質量のディメンションを持つ結合定数、 $F_{\mu\nu}, \tilde{F}^{\mu\nu}$ が標準理論の光の強度 (dual) テンソルである。

2.3 ダークフォトン

本研究では、ベクターポータルであるダークフォトン (A') に焦点を当てる。ダークフォトンはハイパーチャージゲージボソンの運動項を通して混合し、理論全体のゲージ対称性に矛盾することなく標準模型粒子と相互作用することが可能である。ダークフォトンはその質量 $M_{A'}$ の値によってはより軽いダークマター粒子 χ に崩壊することが可能である。ダークマター粒子の質量を M_χ とすると、 $M_{A'} \geq 2M_\chi$ の場合、ダークフォトンは $A' \rightarrow \chi\chi$ のように2つのダークマター粒子に崩壊する。

以下にダークフォトン模型でのダーク $U(1)_D$ と標準理論のハイパーチャージ $U(1)_Y$ との間の運動項混合の理論を記述する。

ダークフォトン模型

まず、ダークセクター側の対称性を満たすゲージボソン $U(1)_D$ を考える。この対称性の下で、標準模型粒子は電荷を持たない。

ラグランジアンは以下のように表される [19][20]。

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} + \mathcal{L}_D. \quad (2.10)$$

ここで、 \mathcal{L}_{SM} は標準理論の $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ のラグランジアン、 \mathcal{L}_D はダークセクターの $U(1)_D$ ゲージボソンのラグランジアンである。それぞれの運動エネルギーの項と質量項を書き出すと

$$\mathcal{L}_{SM} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} + gB_\mu \mathcal{J}_Y^\mu + \dots, \quad (2.11)$$

$$\mathcal{L}_D = -\frac{1}{4}A'_{\mu\nu}A'^{\mu\nu} + \frac{\varepsilon_Y}{2}B_{\mu\nu}A'^{\mu\nu} + \frac{m_{A'}^2}{2}A'_\mu A'^\mu + g_D A'_\mu \mathcal{J}_D^\mu + \dots, \quad (2.12)$$

となる。ここで、 ε_Y は運動項の結合定数である。 B は SM のハイパーチャージ $U(1)_Y$ 、 A' はダーク $U(1)_D$ のゲージ場を表し、 $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ 、 $A'_{\mu\nu} = \partial_\mu A'_\nu - \partial_\nu A'_\mu$ である。また、 \mathcal{J}_Y は SM のハイパーチャージカレント、 \mathcal{J}_D はダークカレントである。(2.12) 式の 2 項目は、常に $U(1)$ 対称性を満たす。

この項は標準理論の電弱相互作用の対称性の破れのあと、 $U(1)_D$ のゲージボソン \tilde{A}'_μ をダークフォトンとダーク Z^0_D の混合で表すと、ダークフォトンと標準理論の $U(1)$ ゲージボソンとの結合は

$$\frac{\varepsilon_Y}{2}B_{\mu\nu}A'^{\mu\nu} \rightarrow \frac{\varepsilon_Y}{2}(\cos\theta_w F_{\mu\nu} - \sin\theta_w Z_{\mu\nu})A'^{\mu\nu} \quad (2.13)$$

に置き換わる。ここで、 $F_{\mu\nu}$ が光子、 $Z_{\mu\nu}$ が Z^0 のテンソルである。この運動項を対角化すると、ダークフォトンと SM のフェルミオンの結合は以下の様に近似される。

$$g_{A'f\bar{f}} \approx -\varepsilon_Y \frac{m_Z^2 \cos\theta_w e Q_f - m_{A'}^2 g Y_f}{m_Z^2 - m_{A'}^2}. \quad (2.14)$$

ここで、 $(Y_f)Q_f$ は SM のフェルミオンの (ハイパー)チャージである。軽い A' の極限では光子の混合が支配的であり $g_{A'f\bar{f}} \approx -\varepsilon_Y \cos\theta_w$ で表される。visible なセクターは $U(1)_D$ の元でミリチャージを取得し、 Y を関連するパラメータと交換する。

以下、ダークフォトンと標準理論の結合定数として記号

$$\varepsilon = \varepsilon_Y \cos\theta_w \quad (2.15)$$

を用いる。

2.4 SIMP シナリオ

以上、ダークセクターの概観を述べてきたが、これだけでは宇宙に存在するダークマターの残存量を説明する理論 (シナリオ) としては不十分である。

図 2.7 に示すように、ダークマターの残存量の説明に関しては、宇宙初期の熱平衡を仮定するシナリオと、それを仮定せず初期条件として考えるシナリオに大きく分けることができる。熱平衡を仮定する理論は、また、ダークマターの持つエントロピーをどのように標準理論の粒子 (SM) に移すかで、大きく 2 つに分けることができる。一つは WIMP で、その場合には DM から SM への変換は 2×2 の散乱である消滅過程 $\chi\bar{\chi} \rightarrow f\bar{f}$ 散乱を通じて行われる。一方、図に示した SIMP と呼ぶシナリオでは、 $2 \rightarrow 1$ の散乱や DM と SM の弾性散乱 $DM + SM \rightarrow DM + SM$ の寄与があると考えられる。このような場合にはダークセクター内の粒子の相互作用の結合定数 (g_D) は小さい必要はなく、 g_D が 1 近く、ないしは 1 より大きい可能性も十分考えられる。この意味でこのシナリオは Strongly Interactive Massiv Particle (SIMP) と名付けられている [13] [14] [15]。

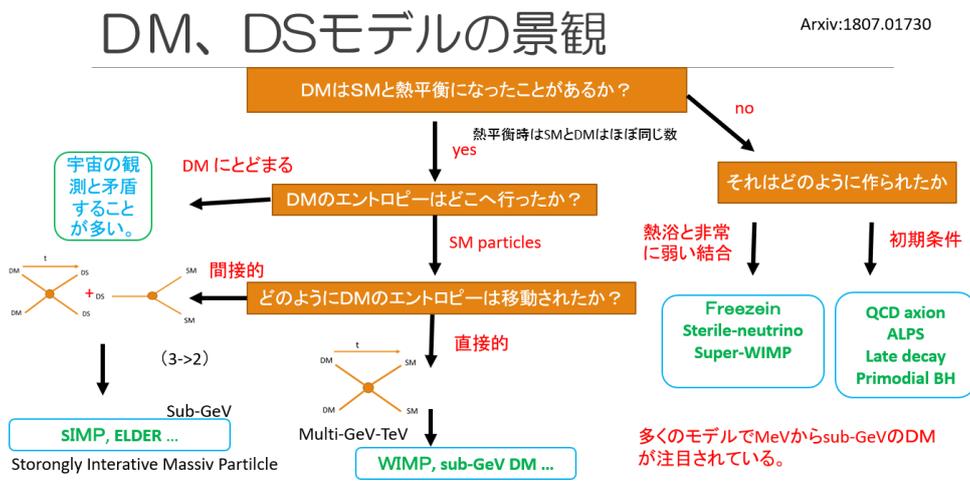


図 2.7: ダークマターの様々なシナリオ [16]

2.4.1 SIMP モデル

SIMP シナリオでは、ダークサイドの結合定数 g_D が標準理論の強い力程度の大きさを持つことが可能である。そのため、ダークセクターにも標準模型同様の QCD のような粒子の共鳴状態が期待できる [14]。SIMP モデルにおける最も軽いダークマター粒子を π_D 、ダークセクターを構成する粒子を ρ_D とすると、 ρ_D には励起状態が存在し、また、 ρ_D は $\rho_D \rightarrow \pi_D \pi_D$ のように崩壊することが考えられる。

このシナリオは電子・陽電子衝突で 1 個の光子のみが生成される反応 (図 2.8)

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$$

において、確かめることができる。例として、図 2.9 に BelleII 実験環境下での SIMP タイプの $SU(2)_D \times U(1)_D$ ゲージボソンの生成断面積の予想図を示す [14]。この図は非常に断面積が大きく、豊富な構造をもつ質量分布の可能性も実験的にはまだ排除されていないことを示している。

また、図 2.10 の左側の図は、宇宙のダークマターの残存量を説明できるパラメータ領域において、WIMP や SIMP(ELDER:弾性散乱) のシナリオで予想される、結合定数 y_D

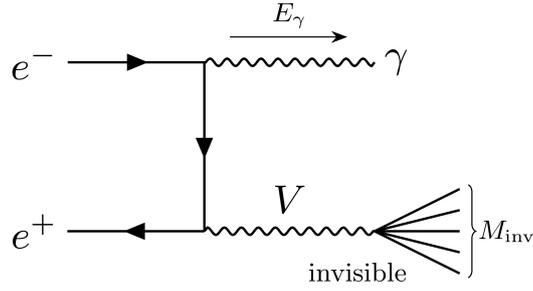


図 2.8: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ 反応のダイアグラム

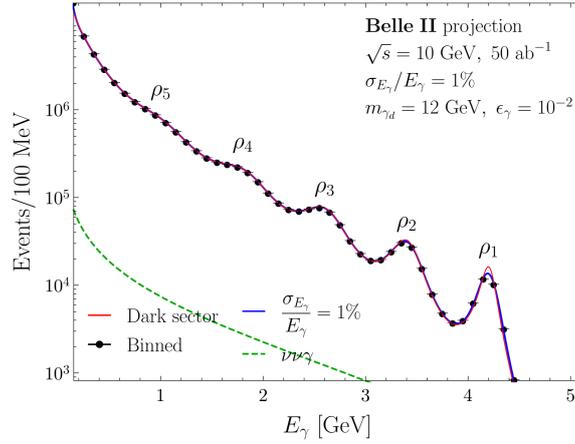


図 2.9: $\sqrt{s} = 10 \text{ GeV}$ で期待される $e^+e^- \rightarrow \gamma + \text{inv}$ の cross section. 4つのワイルフェルミオンを含めた $SU(2)_D \times U(1)_D$ ゲージ理論に基づく。 $m_{A'} = 12 \text{ GeV}$, $m_{\pi_D} = 1 \text{ GeV}$, $m_{\rho_1} = 4 \text{ GeV}$, 結合定数 $\epsilon = 10^{-2}$, $\alpha_D = 0.1$ とする。エネルギー分解能 $\frac{\sigma_{E_\gamma}}{E_\gamma} = 1\%$ である。また、標準模型において考えられるバックグラウンド事象 $e^+e^- \rightarrow \gamma\nu\nu$ を緑の破線で示す [14]。

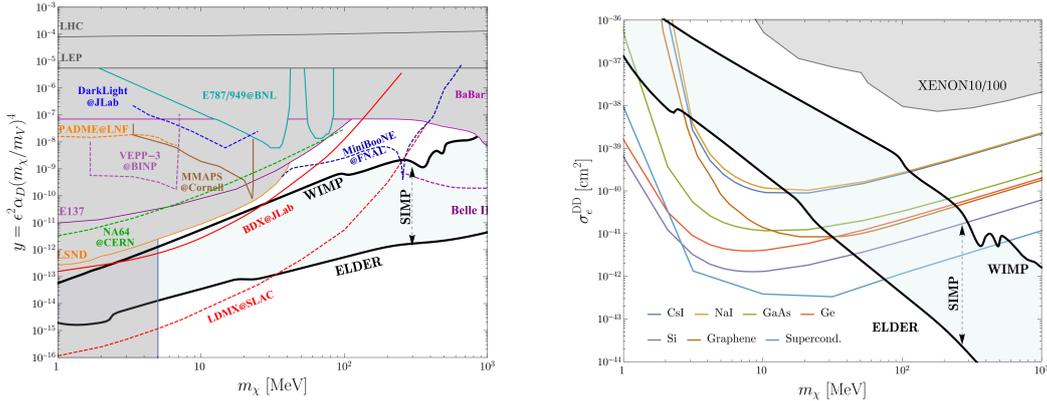


図 2.10: (左): SIMP シナリオから期待されるダークマターの存在予想領域と実験からの制限 (加速器実験の場合)。 (右): 同じ SIMP モデルで予想される地下直接探索実験におけるダークマターの予想領域 [15]。

とダークマターの質量 m_χ 平面上の領域を示している。ここで y_D はスケールした結合定

数で、

$$y_D = \epsilon^{\gamma,2} \alpha_D (m_{A'}/m_\chi)^4 \quad (2.16)$$

である。ダークマターの質量 10 MeV から数 GeV の領域の観測が重要である。また、図中の Belle II の感度として示されている点線は過去の予想で、今回それを最新の予想に更新するのが本研究の目的である。

また、図 2.10 の右図には、同じモデルで地下のダークマター探索で予想される領域を原子核との散乱断面積とダークマターの質量平面上に示す。1 GeV 以下のダークマターを地下実験で検出するためにはダークマターと原子中の電子との散乱を用いる事が必要となり、図はそのことを目指す将来の検出器 (シンチレーターや半導体検出器) が SIMP シナリオの予想領域に感度があることを示している。

2.5 電子・陽電子衝突型加速器を用いたダークフォトン探索

2.5.1 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + A' (A' \rightarrow \text{invisible})$ 事象

本研究では、終状態に光子 1 個のみ観測される 1 光子生成反応

$$e^+ e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$$

を用いて、invisible な粒子としてダークフォトン A' が生成される反応の探索を行う (図 2.11)。

終状態が 1 光子のみでその他に何も生成されない事象を選択することで、測定された光子のエネルギーから、それと一対一に対応した invisible な系の質量 M_{inv} を得ることができる。このとき光子の質量 E_γ と M_{inv} の関係は

$$E_\gamma = \frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 - \frac{M_{\text{inv}}^2}{s} \right). \quad (2.17)$$

で与えられる。

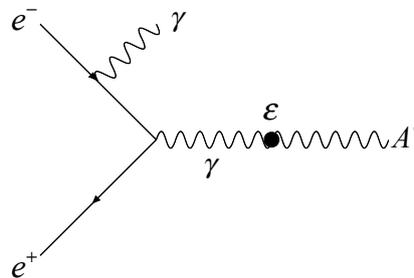


図 2.11: $e^+ e^- \rightarrow \gamma A' (A' \rightarrow \text{invisible})$ 事象のファインマンダイアグラム

以下、第 3 章で実験に用いた Belle II 測定器の説明、第 4 章で本研究に用いたシミュレーションデータ、第 5 章では信号事象の選別、第 6 章では結合定数の上限値について言及し、最後にまとめとして本研究の結果を報告する。

第3章 Belle II実験

Belle II 実験は、茨城県つくば市にある高エネルギー加速器研究機構 (KEK) に建設された、電子・陽電子衝突型加速器 SuperKEKB と Belle II 検出器を用いて行われているルミノシティフロンティアの素粒子物理学実験のことである。前身である Belle 実験では、1999 年から 2010 年にわたってデータ収集を行い、積算ルミノシティ $\int \mathcal{L} = 1.014 \text{ ab}^{-1}$ のデータを蓄積した。当時稼働した KEKB 加速器は 2001 年以降ルミノシティの世界記録を更新し続け、設計値の 2 倍を超えるルミノシティを達成した。Belle 実験は B 中間子系での CP 対称性の破れを確認し、「小林・益川理論」がクォークの世代混合と CP 対称性の破れに関する記述として正しいことを証明するなど、多くの成果を上げた。一方で、小林・益川理論に基づく CP 対称性の破れだけでは宇宙における物質の残存量を説明できないことも分かってきた。Belle 実験では、統計量の制限から CP 非保存の測定精度は $\mathcal{O}(0.1)$ に留まっており、新物理の効果を探索するために十分な $\mathcal{O}(0.01)$ の感度を得るためには数十 ab^{-1} のデータが必要となる。

この Belle 実験の 50 倍の統計量のデータを採集し、より高精度な測定を行うため加速器と測定器をアップグレードしたのが Belle II 実験である。2016 年 2 月から 6 月に、SuperKEKB 加速器単体で電子ビーム、陽電子ビームを周回させる第一期試運転 (Phase1 コミッショニング) が、次いで 2018 年 3 月から 7 月までの期間には Phase2 運転が行われた。Phase2 運転では、崩壊点検出器 (VXD) 以外の検出器を装備した BelleII 測定器を衝突点に設置した状態で、電子・陽電子ビームの衝突を行った。その後、本格的な物理データの取得のために、2019 年 3 月から VXD 二層を含めた Belle II 測定器をフルインストールして物理データを収集する Phase3 運転を行っている。2019 年 12 月にはルミノシティ $\mathcal{L} = 10^{34} (1/\text{cm}^2\text{sec})$ を記録し、Belle II 実験開始後 1 年余りで、Belle 実験での最高ルミノシティと同レベルのルミノシティを達成した。Belle 実験の 50 倍の統計量を目指して今後更に強度を上げていくことが予定されている。

3.1 SuperKEKB 加速器

SuperKEKB 加速器は、電子と陽電子を衝突させ、 B 中間子と反 B 中間子対を多く生成するために設計された衝突型円形加速器である。そのため、B Factory とも呼ばれる。 B 中間子・反 B 中間子対の崩壊事象とともに、標準理論を越えた新物理に感度が高い稀崩壊事象を探索することを目的としている。SuperKEKB 加速器は、周長約 3 km の電子用リング (HER) と陽電子用リング (LER) 2 つのリング型加速器からなる。図 3.1 に SuperKEKB 加速器の外観を示す。

電子は入射器最上流の高周波 (RF) 電子銃で作られた後、LINAC で 7 GeV まで加速され HER に入射される。一方陽電子は加速された電子を金属標的に照射して作られたあと、

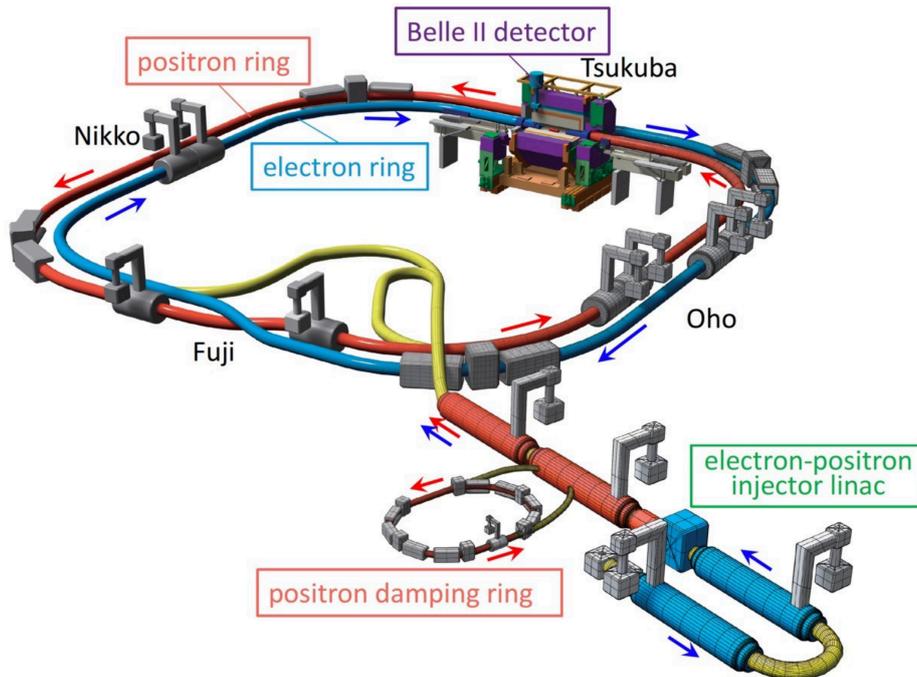


図 3.1: SuperKEKB 加速器システムの概観 [21]

LINAC で一旦 1.1 GeV まで加速して取り出され、ダンピングリングを周回させてエミッタンスを落とす。そのあと LINAC に戻され 4 GeV まで加速した後、LER に入射される。このそれぞれのリング内を電子ビームと陽電子ビームは反対向きに周回し、リングが交差する Belle II 測定器内部の衝突点で衝突する。

衝突型加速器の性能は”ルミノシティ”と呼ばれる量によって表される。ルミノシティとは物理事象発生能力を表す指標であり、ルミノシティ \mathcal{L} に対し生成断面積 σ を持つ反応の事象発生数 N とすると、 $N = \mathcal{L} \times \sigma$ で与えられる。このように、事象発生数はルミノシティに比例するため、稀な物理現象を探索するには高いルミノシティが必要である。SuperKEKB 加速器では、よりルミノシティを向上させるために従来 of 衝突方式 (正面衝突) に変わる新しい衝突方式 (ナノ・ビーム・スキム) を採用している [21][22]。ナノ・ビーム・スキム方式の概形を図 3.2 に示す。この方式の特徴は、バンチ同士がぶつかる領域が極端に狭いことである。この方式を用いることで、KEKB 加速器よりも 20 倍のルミノシティを獲得し、更にビーム電流の増量も計上し合わせて 40 倍のルミノシティを達成する計画である。

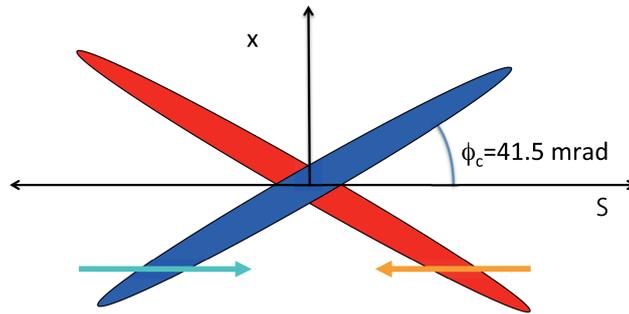


図 3.2: SuperKEKB の衝突方式 (ナノ・ビーム・スキム)。横軸はビームの進行方向を示す。[21]

3.2 Belle II 測定器

Belle II 測定器は、SuperKEKB 加速器の衝突点に設置された、高さ、幅、奥行き約 8 m の大型粒子測定器である。測定器はビーム衝突点から見て全立体角 4π の約 90% を覆っている。Belle II 測定器の断面図を図 3.3 に示す。

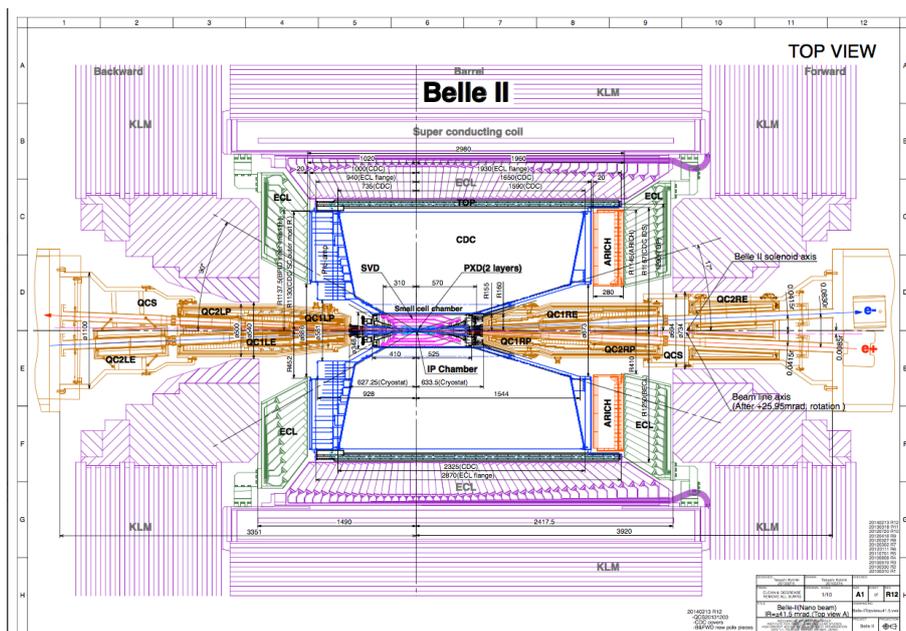


図 3.3: Belle II 測定器の断面図。Belle II 測定器を形成する構造体は、八角柱を横に倒したような形をしている。ビームパイプ方向 (電子ビームの進行方向) が z 軸、天頂方向が y 軸、水平面でリングの外向きが x 軸の正の方向である。図は $z-x$ 平面の断面図 (トップ view) である。衝突点 (IP:Interaction Point) が原点 $(0, 0, 0)$ 。八角柱の周りを覆う円筒形の構造部をバレル、八角柱に蓋をする xy 平面上の構造部をエンドキャップと呼ぶ。また、電子の進行方向を前方、陽電子の進行方向を後方とする。

電子・陽電子の衝突によって生成・崩壊し検出される主な終状態の粒子は、ハドロンである π 中間子、 K 中間子と、レプトンである電子、 μ 粒子、及び光子である。Belle II 測

定器は、生成された粒子を可能な限り検出・識別するために、別々の役割を持った7つの検出器サブシステムと、1.5 Tの強磁場を形成する超電導ソレノイドコイルから構成されている。7つの検出器の配置を図3.4に示す。

- 粒子の崩壊点の検出

崩壊点検出器 (VXD:VerteX Detector)

ピクセル型検出器 (PXD:PiXeI Detector) とシリコンバーテックス検出器 (SVD: Silicon Vertex Detector) から構成される。

- 荷電粒子の飛跡・運動量およびエネルギー損失の測定

中央飛跡検出器 (CDC:Central Drift Chamber)

- 粒子の識別

エアロゲル RICH カウンター (ARICH:Aerogel Ring-Imaging Cherenkov detector)

エンドキャップ部分の K 中間子と π 中間子の識別を担う。

TOP カウンター (TOP:Time Of Propagation)

バレル部分の K 中間子と π 中間子の識別を担う。

μ 粒子・中性 K 中間子検出器 (KLM: K_L^0 and Muon Detector)

μ 粒子と中性 K 中間子の識別を担う。

- 電子の識別・光子のエネルギー測定

電磁カロリメータ (ECL:Electromagnetic CaLorimeter)

Belle II 測定器では、Belle 測定器に比べ検出器の高精度化、粒子識別能力の向上、読み出し回路の高性能化が各検出器で行われている。本節では、本研究の信号事象探索に深く関係する検出器の構造・性能についてまとめる。

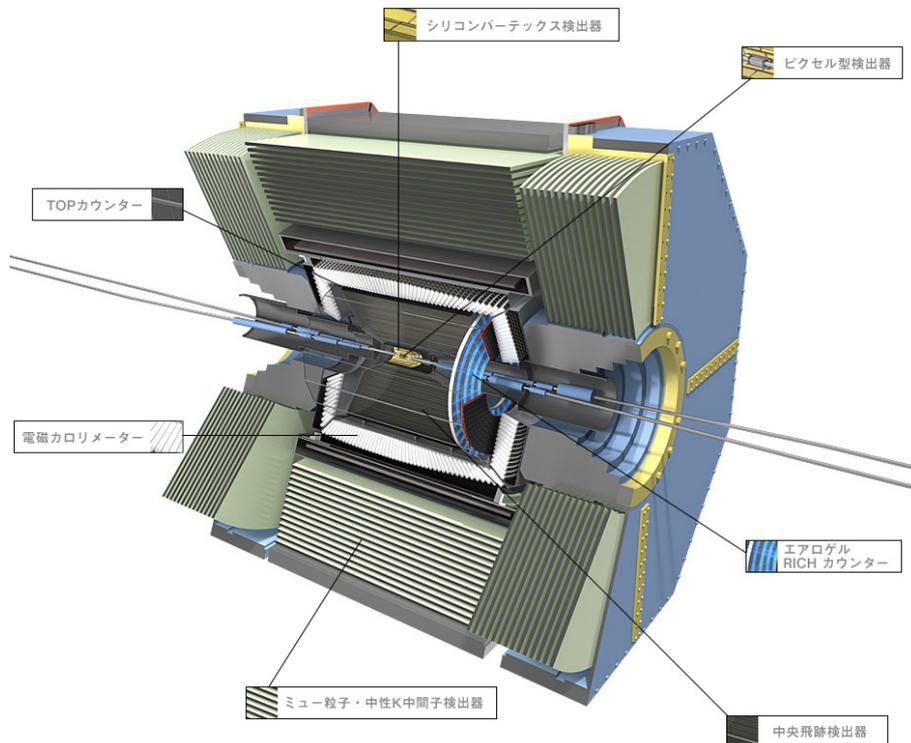


図 3.4: Belle II 測定器の 3D モデル

3.2.1 中央飛跡検出器 (CDC:Central Drift Chamber)

Belle II の中央飛跡検出器 (CDC) は、半径約 1.1 m の円筒形のガスドリフトチェンバーである。荷電粒子の運動量測定、トリガー信号の送信、また、粒子の崩壊点位置決定や中性粒子識別・分離のための飛跡 (トラック) 情報の採集を担う。

荷電粒子がガス中を通過すると、周りのガス分子をイオン化し、生成された電子が最寄りの信号読み出し用ワイヤー (センスワイヤー) までドリフトしてワイヤーのごく近傍で電子雪崩を生成する。ワイヤー近傍で生成されたイオン化ガスが離れる際に出す電気信号を読み出し、荷電粒子を検出する。また、ドリフト時間を測定することでワイヤーと粒子の通過点との距離が分かり、各ワイヤーの情報から共通の接線をひくことで飛跡を決定することが出来る。また、超電導ソレノイド中のため荷電粒子は磁場によって軌道が曲げられ、その曲率半径から運動量の測定を行う。さらに、ガス中のエネルギー損失 (dE/dx) を測定して運動量 1 GeV 以下の粒子について粒子識別の情報を与えている。

図 3.5 に CDC の半断面図を示す。検出器内に充填されるガスはヘリウムベースで、クエンチャーガスはエタンを用いた。また、センスワイヤー 14336 本と電場形成のためのフィールドワイヤー 42240 本には、それぞれ直径 30 μm の金メッキタンングステンと直径 126 μm アルミニウムを使用している。このようにヘリウムガスを用い物質質量を抑えるこ

とで、多重散乱による粒子軌道への影響を可能な限り減らすよう設計されている。

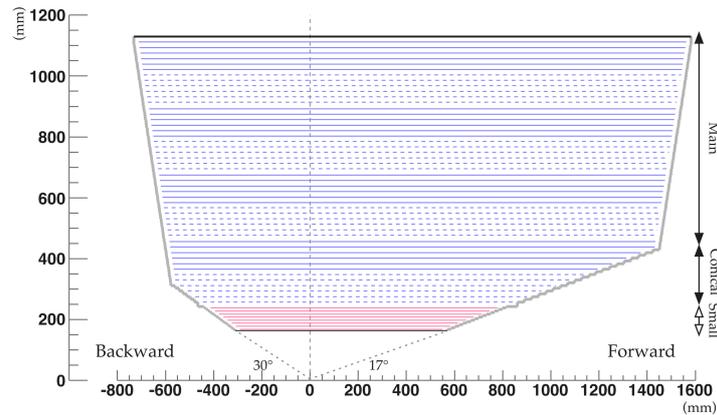


図 3.5: CDC の半断面図。実線と点線は、それぞれ z 軸に平行なセンスワイヤーとステレオワイヤーを表す。最内層の 8 本 (赤) はスモールセル部分を表す。1.5 T の磁場を発生する超電導ソレノイドの内側に設置されている。[24]

3.2.2 電磁カロリメータ (ECL: Electromagnetic Calorimeter)

電磁カロリメータ (ECL) は、光子や電子・陽電子のエネルギー測定と、光子と電子・陽電子の識別を担う、 $CsI(Tl)$ シンチレータを用いた検出器である。

CsI のような重い物質に数十 MeV 以上のエネルギーを持った γ や e^+ 、 e^- が入射すると、 γ からの e^+e^- 対生成と e^+ または e^- からの制動放射により電磁シャワーが形成される。これを用いて γ や e^+ 、 e^- のエネルギー測定を行う。また、結晶の位置から粒子の到来方向を測定する。更に、CDC による飛跡の観測の有無から、 e^+ や e^- と中性の γ との識別を行う。

Belle・Belle II 実験では数十 MeV から 10 GeV にわたる広いダイナミックレンジでの高い分解能が要求される。そのため、十分な密度の素材を用いて検出器全体を有感部とし、電磁シャワーのアクティビティ全体を出力信号の形成に生かす全吸収型のカロリメータが採用されている。透明な結晶を用いた全吸収型カロリメータとしては最大級の大きさを誇る。ECL の断面図を 3.6 に示す。

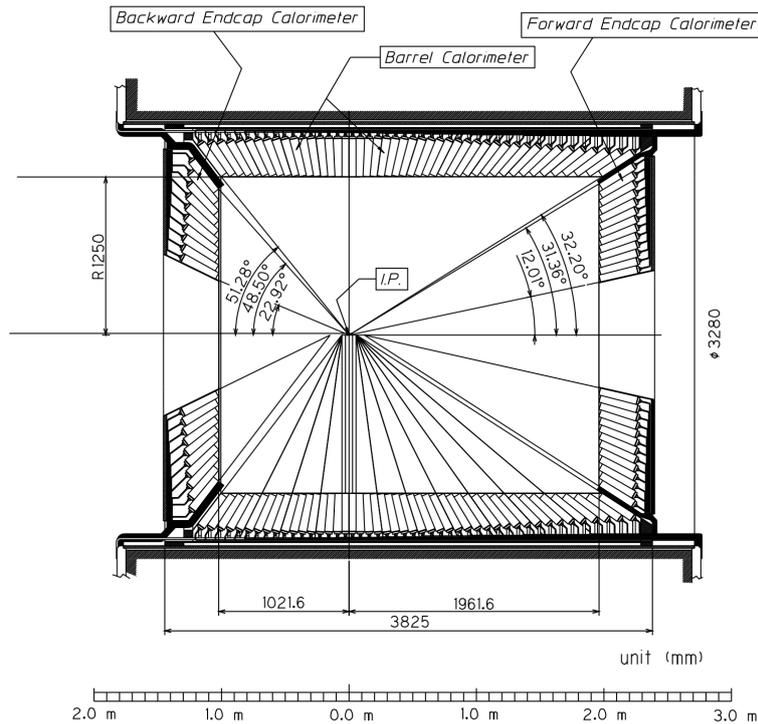


図 3.6: ECL の断面図。中央の線がビーム軸を示す (z 軸)。バレル部内筒の半径は 1250 mm で、荷電粒子の飛跡を検出するデバイスの有感領域 $17^\circ < \theta < 150^\circ$ の範囲に発生した粒子が形成した電磁シャワーの全てが検出可能となるようエンドキャップ部の $CsI(Tl)$ カウンターはその外側 $12^\circ < \theta < 157^\circ$ まで配置されている。1.5 T の磁場を発生する超電導ソレノイドの内側に設置されている。[25]

前方エンドキャップ部に 1152 本、バレル部 6624 本、後方エンドキャップ部に 960 本の $CsI(Tl)$ 結晶を使用している。一本の $CsI(Tl)$ 結晶のサイズは長さが 30 cm、断面が約 $5.5 \times 5.5 \text{ cm}^2$ となっている。この長さは $16.1X_0$ (X_0 : 放射長) に対応し、幅はモリエール半径 (R_m) の 1.5 倍強の値に対応する。ECL のバレル・エンドキャップ部の間には、読み出し用のケーブルを通すために必要な狭い隙間が存在する。(5.2 参照)

個々の CsI 結晶のサイズは $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ ですべて衝突点 (IP) の方向を向いたタワー構造となっている。しかし、完全に結晶を IP 方向に向けるのではなく、 1.5° だけ IP からずれた方向 (θ と ϕ の両方で) を向くように結晶を傾けて、結晶間の隙間 (約 $200 \mu\text{m}$) が直接 IP から見えないように工夫が施されている。

3.2.3 μ 粒子・中性 K 中間子検出器 (KLM: K_L^0 and Muon Detector)

KLM 検出器は、 μ 粒子の同定と K_L^0 の検出を担う検出器で、Belle II 検出器の最外層に設置されている。

超電導ソレノイドを覆う Belle II 構造体は八角柱を横倒しにした形状である。鉄板を十数枚重ねた構造になっており、約 4.4 cm の隙間が格鉄板の間に存在する。この隙間に荷電粒子を検出できる検出器を設置しており、これにより通過した荷電粒子の飛跡を再構成

することができる。このサンドイッチ構造がKLM 検出器と呼ばれる。KLM に到達する粒子には、 μ 粒子と荷電ハドロン、更に中性 K_L^0 中間子などがある。 μ 粒子は物質中で電離損失を起こすのみでシャワーは発生しない。逆に荷電ハドロンは更に強い相互作用も伴うため多重散乱が大きい。この差を利用して μ 粒子の同定を行う。荷電粒子のエネルギーは KLM よりも内層に位置する検出器による運動量の測定によって決定する。 K_L^0 については、KLM の鉄内でシャワーを起こし、これが検出される。図 3.7 に KLM 検出器の断面図を示す。

Belle II 構造体はバレル部とエンドヨーク部から構成されており、それぞれに KLM 検出器を設置している。バレル KLM は八角柱上の鉄板の構造物に差込む形で設置され、15 層構造になっている。Resistiv Plate Counter (RPC) というガスチェンバーを使用しており、15 層のうち内側 2 層にはプラスチックシンチレーターを使用する。エンドキャップ KLM は、バレル部に蓋をする形で設置される。14 層構造になっており、高いバックグラウンドに対応するためプラスチックシンチレーターを使用している。

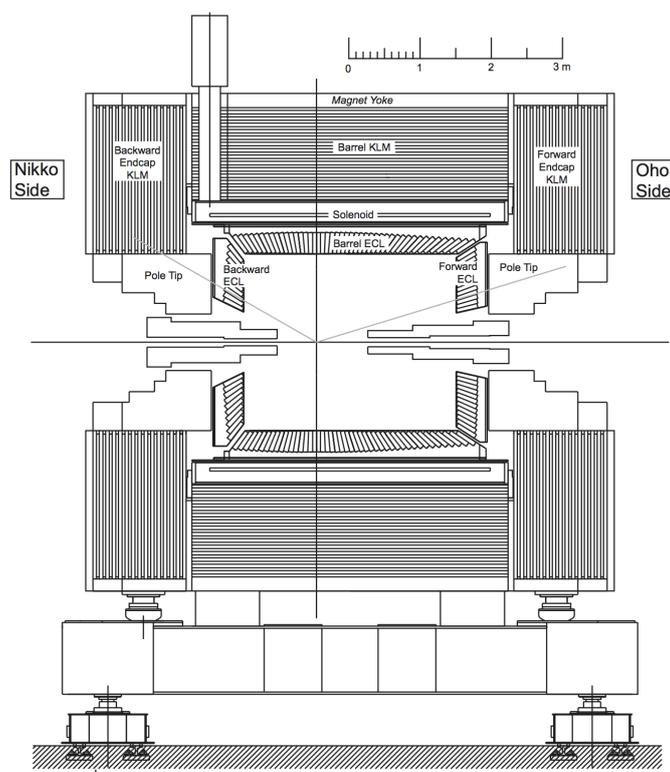


図 3.7: KLM の断面図。ビーム衝突点から伸びる斜めの線 (灰) は、Belle II 検出器のアクセプタンスを示す。KLM は ECL と超電導ソレノイドの外側に位置する。[23]

3.2.4 Belle II トリガーシステム

検出器の各読み出しチャンネルは担当箇所の情報しか持たないため、物理事象が無い場合にも独立に読み出し続ける。トリガーは、それら各検出器の情報から物理イベントの発生を効率よく識別し、データの中から物理イベント情報を含むデータのみを有限なデータ収集システムの容量内に収めることを目的としている。図 3.8 に Belle II のデータ読み出しサブシステムの概要を示す。

全てのデータは一時的にバッファに最短 4.4 μ 秒間格納される。そのデータが保持されている間に、各検出器の読み出しから (トリガー専用信号線を通じて) 利用できるデータを収集・解析し、物理イベントを感知する。また、物理過程を選別し、それぞれの過程を記録する割合を調節する。

Belle II DAQ sub-systems and their abbreviations

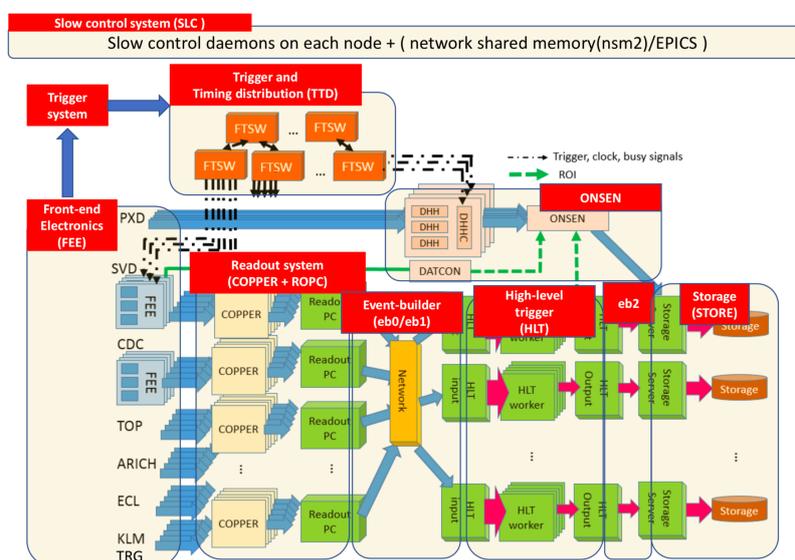


図 3.8: Belle II の読み出しサブシステムの概要図

トリガーには主に、飛跡トリガーとエネルギートリガーがある。飛跡トリガーは TOP、CDC からの飛跡情報と ECL からのバックグラウンド事象情報を用いる。エネルギートリガーは、ECL で信号を検出したカウンター群の総数の情報を用いる。これら 2 つは独立である。

ビームが衝突すると、全ての入力トリガーの OR を取りイベント発生を決定する。イベントが感知されたら、対応するタイミング信号を近くで探し、ビーム衝突から一定のタイミングでトリガー信号を DAQ に送る。主な入力トリガーを表 3.1 に示す。

表 3.1: 主なトリガーの出力ビットをつくる理論演算

Output bit	Event type	Logic
fff	hadron	$n.t2 > 2$
ffo	2 2D tracks	$n.t2 > 1 \ \& \ cdc.open45 \ \& \ !ecl.bha$
hie	$E \geq 1 \text{ GeV}$	$e.high \ \& \ !ecl.bha$
c4	4 clusters	$n.clus > 3$
bha	Bhabha*	$ecl.bha$
bhatrk		$ecl.bha \ \& \ n.t2 > 1 \ \& \ cdc.bb$

* Bhabha イベントは 50 回に 1 回のみ記録する。

表 3.2: 主なトリガーの入力変数とその意味

Name	Detector	
n.t2	CDC	トリガーレベルで 2 次元トラックと識別された飛跡の数
cdc.open45		45° の opening angle を持つ事象
ecl.bha	ECL	トリガーレベルで Bhabha 散乱であると識別された事象
e.high		ECL で測定されたエネルギーが 1 GeV 以上
n.clus		エネルギーが測定された ECL クラスターの数

トリガーシステムによるハドロン過程の検出効率 は 100% である。ハドロン過程は荷電粒子数が多く比較的識別が容易である。一方、本研究も含め、Belle II の大きなテーマのひとつであるダークセクター物理は荷電粒子が少なく粒子の持つエネルギーも低いため、トリガーが難しい。ダークマター探索においてトリガーは、重要な役割を担っている。

本研究の対象は終状態に 1 光子のみの $e^+e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ 事象で、光子の他に粒子が無いことを保証し、更はその missing energy を精度良く測定するというのが重要な点である。5 章では検出器の影響を考慮した解析方法について検証する。

第4章 信号とバックグラウンドのモンテカルロシミュレーション

本研究の目的は、電子・陽電子衝突反応で光子とダークフォトンが生成される反応 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + A'$ を探索することである。ダークフォトンが崩壊しないでそのまま検出器をすり抜けるか、ダークセクターのより軽い粒子 χ 2個に崩壊する ($A' \rightarrow \chi\chi$)。この場合も χ は信号を検出器に残さない。そのため、観測する事象は終状態に光子が一個でそれ以外に何も粒子が検出されない反応 (1光子生成反応) $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ である。

もし、ダークフォトンやダークマターが生成されていれば、終状態の invisible な系の質量 (M_{inv}) の分布にそれに対応する特徴的な構造が見られることが期待される。終状態に1光子のみが存在すること、それ以外の粒子が存在しないことを実験的に保証するのは難しい作業であり、多くのバックグラウンドの可能性を検討する必要がある。また、ニュートリノ生成反応 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma\nu\bar{\nu}$ は信号と検出器レベルでは区別できないので、 M_{inv} の分布の構造で区別することになる。本章では、研究に用いた信号事象とバックグラウンドのモンテカルロシミュレーションについて説明する。

4.1 信号事象の生成

信号事象 $e^+e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ のモンテカルロ (以下 MC:Monte Carlo) サンプルは独自に作成したものを使用した。

SIMP モデルに基づく $e^+e^- \rightarrow \gamma A'$ の生成断面積は次の式で与えられる。[14]。

$$\begin{aligned} \sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma + \text{inv}) = & \frac{3\alpha\varepsilon^2}{s} \int d\cos\theta \int dM_{\text{inv}}^2 \frac{M_{\text{inv}}^2}{(M_{\text{inv}}^2 - m_V^2)^2 + m_V^2\Gamma^2} \times \\ & \frac{\Gamma_{V \rightarrow \text{inv}}(M_{\text{inv}})}{M_{\text{inv}}} \frac{\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}(M_{\text{inv}})}{M_{\text{inv}}} \frac{8 - 8\beta + 3\beta^2 + \beta^2 \cos 2\theta}{\beta \sin^2 \theta}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

ここで β は、 $\beta = 1 - M_{\text{inv}}^2/s$ 、 s はビームエネルギーの二乗、 α は電磁相互作用の結合定数、 θ は光子の散乱角、 M_{inv} は invisible 系の静止質量 (光子の反跳質量) である。 V はベクトルの意味で、ここではダークフォトンを指し、 m_V はダークフォトンの質量である。 $\Gamma_{V \rightarrow \text{inv}}$ と $\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}$ はそれぞれ、ダークフォトンがダークセクター粒子に崩壊する場合と、

e^+e^- に崩壊する場合の崩壊幅を示す。信号事象の生成断面積 σ は $1/\beta$ に依存する。

SIMP モデルに依らない一般的なダークフォトンの生成断面積は M_{inv}^2 の中をデルタ関数 $\delta(M_{\text{inv}}^2 - M_{A'}^2)$ で置き換えることにより、

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma + \text{inv}) = \frac{3\alpha\varepsilon^2}{s} \int d\cos\theta \frac{8 - 8\beta + 3\beta^2 + \beta^2 \cos 2\theta}{\beta \sin^2 \theta}, \quad (4.2)$$

で与えられる。この式で $\beta = 1 (M_{\text{inv}} = 1)$ 、 $\varepsilon = 1$ とすれば $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ の断面積に一致する。結合定数 ε を 1 とした時の、信号事象の生成断面積 σ を図 4.1 に示す。 σ は $M_{\text{inv}} \sim 10$ GeV 付近で急激に大きくなる。また、図 4.2 に示した $d\sigma/d\theta$ 分布を見ると、 $\theta = 0, \pi$ 付近で断面積が上昇することが分かる。

信号事象の生成は 0 GeV から 8 GeV までの計 12 点において、決まったダークフォトンの質量 $M_{A'}$ について $M_{\text{inv}} = M_{A'}$ として行った。各質量点における発生事象数は 10,000 イベントずつである。発生角度等事象発生条件の詳細を表 4.1 に示す。生成した 1 光子について、重心系における散乱角 θ_γ は式 (4.2) より

$$f(\theta) = \frac{8 - 8\beta + 3\beta^2 + \beta^2 \cos 2\theta}{\beta \sin^2 \theta}, \quad (4.3)$$

に従って $[15^\circ, 165^\circ]$ の範囲で発生させ、散乱角 ϕ_γ は $[0^\circ, 360^\circ]$ の範囲で一様に分布させた。図 4.1 は $15^\circ < \theta_\gamma < 165^\circ$ の時の断面積である。粒子生成には basf2[27] release-03-02-33 の環境下において ParticleGun generator を使用し、重心系で生成した事象は実験室系にローレンツ変換する。生成された粒子が検出器の物質中でどのように振る舞うかのシミュレーションには、Belle II 測定器の構造や信号生成過程を詳しく再現したシミュレーションプログラム GEANT4 を用いた。

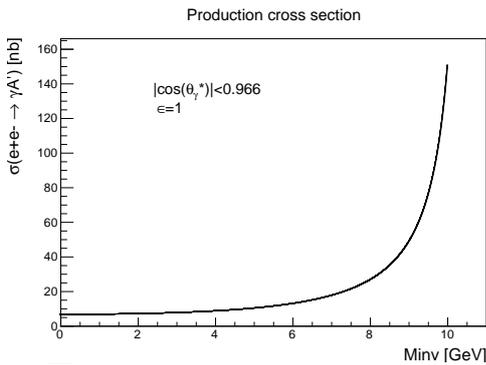


図 4.1: Production cross section σ

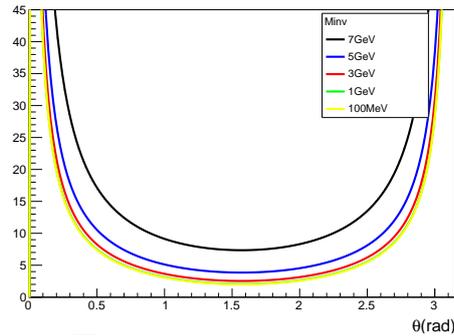


図 4.2: $d\sigma/d\theta$ distribution

表 4.1: $e^+e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ 事象の生成

θ_γ^* (度)	$\theta[15^\circ, 165^\circ]$, according to $\theta_\gamma = \frac{8-8\beta+3\beta^2+\beta^2 \cos 2\theta}{\beta \sin^2 \theta}$
ϕ_γ^* (度)	$\phi[0^\circ, 360^\circ]$, 一様分布
$M_{A'}$ (GeV)	0, 0.2, 0.5, 1, 1.7, 2.5, 3, 4, 5, 6, 7, 8
イベント数	10,000 for each $M_{A'}$
合計	120,000

4.2 バックグラウンド事象のMC

バックグラウンドの見積りに使用したプロセスの一覧を表 4.2 に示す。これらの MC サンプルは Belle II で共同で用いられているもので、MC12 + Phase3 という名称で呼ばれており、Belle II の検出器の構成をよく反映している。表にはビームの衝突エネルギーが $\Upsilon(4S)$ の質量に等しいとき (10.58 GeV) の断面積を示した。

表 4.2: バックグラウンドの見積りに使用した Phase 3 MC12 サンプル

Physics process	Cross section [nb]	$\int Ldt$ [fb $^{-1}$]	Criteria	Generator
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$	300 ± 3	0.16	$10^\circ < \theta_e^* < 170^\circ$, $E_e^* > 0.15$ GeV	BABAYAGA.NLO
$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$	4.99 ± 0.05	6.47	$10^\circ < \theta_\gamma^* < 170^\circ$, $E_\gamma^* > 0.15$ GeV	BABAYAGA.NLO
$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$	1.148	47.91	-	KKMC
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$	39.7 ± 0.1	5.04	$W_u > 0.5$ GeV	AAFH
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$	18.9 ± 0.1	5.29	$W_u > 0.5$ GeV	AAFH

次章で述べるように、 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ 反応がバックグラウンドとして最も重要である。 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ 事象についても、この事象は生成断面積がとても大きくバックグラウンドとなり得る (5.2 参照)。

本研究で使用した MC12 サンプルは、特に信号事象探索の障害になる事象 (e^+ , e^- がビームパイプ方向に飛んで観測されず、1 光子事象のようにみえるなど) を考慮して生成されたものは含まれていない。この事象は以下で説明する信号事象の選択条件により除かれると予想されるが、今後確認が必要である。

生成された粒子が検出器の物質中でどのように振る舞うかのシミュレーションには、シグナルサンプル同様 GEANT4 を用いた。その後、データ解析で用いるのと同様のプログラムで事象の選別と分布の解析を行った。解析の詳細を次章で説明する。

第5章 1光子生成事象の観測

先に述べたように、本研究では、電子・陽電子衝突反応で光子とダークフォトンが生成される反応 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + A'$ の探索が目的である。終状態のダークフォトン A' は崩壊しないでそのまま検出器をすり抜ける、あるいは、SIMP シナリオのようにダークセクターのより軽い粒子 χ 2個に崩壊する ($A' \rightarrow \chi\chi$)。いずれの場合にも光子以外の信号を検出器に残さない。そのため、観測する事象は終状態に光子が一個でそれ以外に何も粒子が検出されない反応 (1光子生成反応)

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible} \quad (5.1)$$

である。もし、ダークフォトンやダークマターが生成されていれば終状態の invisible の系の質量 (M_{inv}) にそれに対応する特徴的な構造が見られることが期待される。

5.1 1光子生成事象の特徴

$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ 事象の特徴は、

- 測定されるのは光子1つのみ
- 荷電粒子の飛跡は存在しない

という点である。代表的な事象例を図5.1に示す。

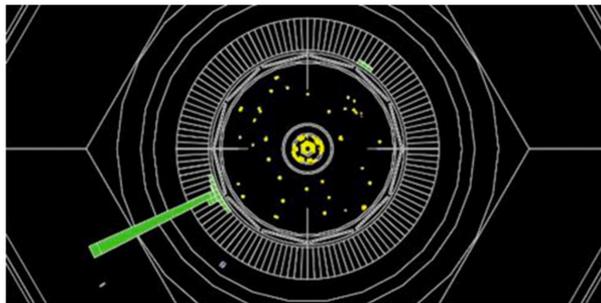


図 5.1: 1光子事象のイベントディスプレイ

実験的には1個の光子の信号を観測するだけであるが、それ以外に粒子が発生していないことを実験的に保証するのは難しい課題である。粒子を検出する場合には検出効率が90-95%を越えていれば優秀な検出器であるのに対して、粒子が存在しないことを保証する場合には検出効率が99%でも問題になることがある。また、全ての方向に隙間のない検出器を現実に建設することは非常に難しい。Belle II 測定器は全方向を最大限覆うよう

にデザインされた検出器であるが、ビーム軸の方向から $\pm 15^\circ$ の領域はカバーされておらず感度が無い。また、信号の読み出しに必要なケーブルの配線等のためにどうしても存在する検出器の隙間の影響をいかに小さくするかが、解析上の課題となる。

5.2 バックグラウンド事象の特徴

探索対象である $e^+e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ のバックグラウンドになる主な理由は、イベント中に 2 個以上の光子が発生しているにも関わらずその光子が検出されなかった場合である。BelleII 測定器では、以下のような場合、ECL に光子が入射したにも関わらず検出されないことがある。

- (1) ECL のバレル部と後方エンドキャップ部の間に 1° 程度のケーブルを通すためのギャップがある。
- (2) ECL のバレル部と前方エンドキャップ部の間に 1° 程度のケーブルを通すためのギャップがある。
- (3) バレルの $\theta = 90^\circ$ 方向に $1 - 1.5 \text{ mm}$ の CsI 結晶を保持する構造体が存在し、それが光子に対する不感領域となっている。
- (4) CDC の端面には構造を保つためのアルミの板と信号読みだしのためのエレクトロニクスが搭載されている。発生した光子がここで吸収されて CsI 結晶に到達しない場合も光子は未検出となる。
- (5) 光子が ECL クリスタルの中で相互作用を起こさなかった場合。これは、約 3×10^{-6} の確率で起こる。

光子が ECL 等で未検出となる (1) ~ (5) に対応する測定器の箇所を図 5.2 に示す。上で述べたこれらの現象は主に QED プロセスが原因となる。特に、 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$ と $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ の 2 事象が主なバックグラウンド源である。前者の Bhabha 散乱はビーム中の電子と陽電子の弾性散乱であり、制動放射などにより光子を発生し、更に電子と陽電子が検出器のアクセプタンス外 (ビームパイプ・ECL ギャップなど) に飛んで検出されなかった場合にバックグラウンドとなる。後者の 2 光子生成事象は、1 つの光子を検出できなかった場合にバックグラウンドになり得る。ダークフォトン探索において、これら QED 由来のバックグラウンドを取り除くことは一番重大な課題である。本研究では、上記 2 つのバックグラウンド事象を含め、他のバックグラウンドについてもその残存量を定量的に評価した。その結果について以下で報告する。

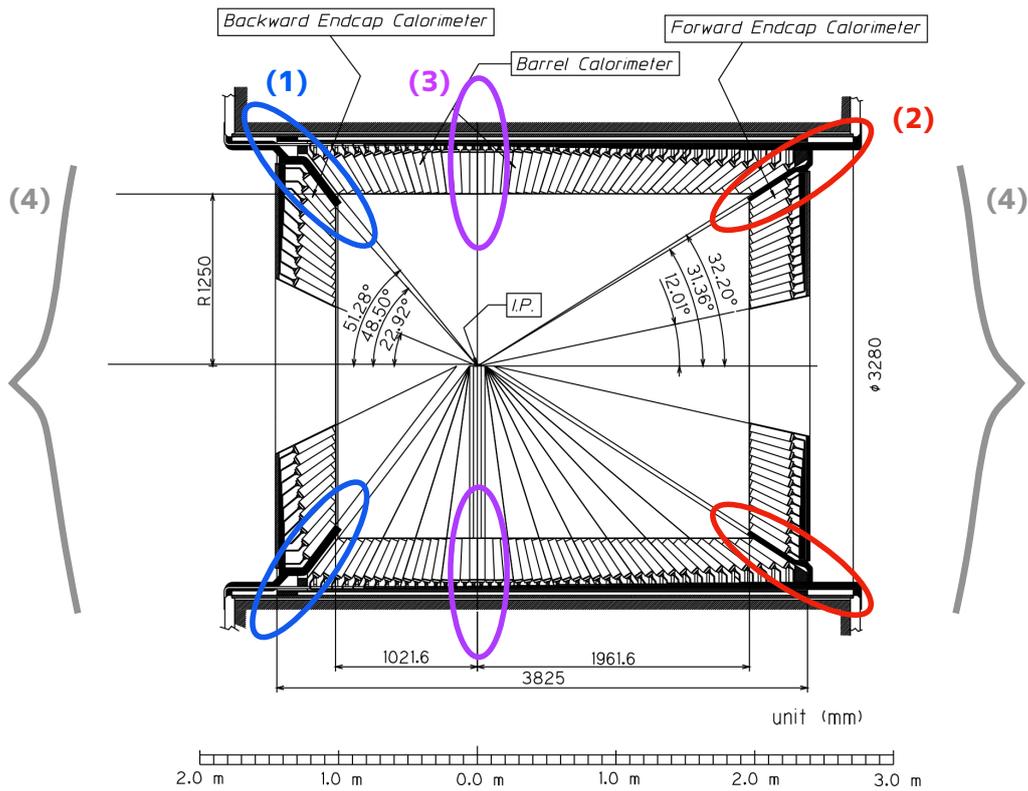


図 5.2: ECL のギャップ。1 光子事象のバックグラウンドの主な要因である、(1):青はバレルと後方エンドキャップ間のギャップ、(2):赤はバレルと前方エンドキャップ間のギャップ、(3):紫は $\theta = 90^\circ$ に位置するバレル部のギャップ、(4):エンドキャップ部を示す。

5.3 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ 事象の選別

本節では、信号である $e^+e^- \rightarrow \gamma + \text{inv}$ 事象の選別について述べる。この事象では、ビームの衝突エネルギーにより 1 光子と、ある固有の質量を持ち観測にかからない粒子 A' の 2 つが生成されているとの仮定に基づき解析を行う。2 体の反応であるので、ダークフォトン A' の質量は missing 質量 M_{inv} として、光子のエネルギー E_γ と式 2.17 のように 1 対 1 に対応している。よってこの事象から A' の質量を測定するには、光子のエネルギーを高精度に測定することが重要である。

5.3.1 光子・荷電粒子の条件

一般に高エネルギー実験のデータ解析では、検出器のデータにより識別された荷電粒子や、電磁カロリメータで観測される光子の条件を明確にすることが重要である。以下に、荷電粒子と光子の識別に要求した条件を示す。

一般的な光子の条件

電磁カロリメータ (ECL) で観測されたクラスター (これを光子とみなす) が、飛跡検出器 (CDC) のアクセプタンス内で観測される ($0.297 < \theta_\gamma < 2.62$ (radians)) こと。また、CDC で検出された荷電粒子が作り出したクラスターでないこと。再構成されるクラスターの最低エネルギーは 20 MeV である。

一般的なよく (間違いなく) 再構成された荷電粒子の条件

1. 飛跡検出器 (CDC) や崩壊点検出器 (SVD) で観測した荷電粒子の螺旋状の飛跡を衝突点へ向けて外挿したとき、ビーム軸と荷電飛跡の外挿との間の xy 平面上での距離 dr が 0.5cm 以内の範囲にあり ($|dr| < 0.5$ cm)、かつ、衝突点に対する最接近点の z 座標 dz が ± 2 cm 以内にあること ($|dz| < 2$ cm)。
この条件の目的は、ビームガスや宇宙線からの飛跡を除くこと、及び、 π 中間子や K 中間子が CDC の途中で崩壊したときの生成物の飛跡を除くことである。
2. 横方向の運動量 p_T が 0.15 GeV よりも大きいこと ($|p_T| > 0.15$ GeV)。
 p_T が 0.15 GeV 以下の場合、荷電粒子の螺旋運動が CDC の中央付近で旋回し、正しく飛跡を測定できなくなる。この条件の目的は、これらの荷電粒子を除くことである。
3. CDC の、荷電粒子の通過によるヒット点が 1 つ以上あること。

これら全ての条件を満たしたものをよく再構成された荷電粒子として、以降”Good Track”と呼ぶ。

信号 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ の事象選別は 2 段階に分けて行った。はじめに、比較的「弱い選別条件」で信号とバックグラウンドの様子を観察し、次に「強い選別条件」をつけて、バックグラウンドをどこまで減らせるかを追求した。

5.3.2 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ 事象の弱い選別 (Loose)

QED プロセスによって生じるバックグラウンド事象を出来る限り削減し、より多くの 1 光子事象を取得するために以下のような条件を要求した。以下に各条件の詳細を記す。

(1) 1 光子のプレセレクション

1. 光子が ECL によって検出された角度 θ (極角、Belle II では e^- ビームの進行方向を z 軸に取っている。) が、実験室系において $20^\circ < \theta_\gamma < 145^\circ$ であること。この条件により ECL にて確実に全エネルギーを測定できるアクセプタンス内の検出光子を選ぶと共に、ビームパイプ方向 ($\theta \sim 0^\circ, 180^\circ$) に多量に生成される Bhabha 事象由来の光子を減らす効果がある。

2. CDC で観測された Good Track の本数が 0 本であること。

3. 事象中の光子に対して、

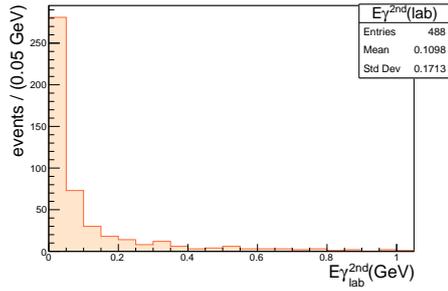
- 1 番高いエネルギーを持つ光子のエネルギー E_γ が 2 GeV 以上であること。
- 2 番目に高いエネルギーを持つ光子のエネルギー E_γ^{2nd} が 0.05 GeV 以下であること。

E_γ, E_γ^{2nd} の条件を課す前のシグナルとバックグラウンド両事象における、1 イベント中で 2 番目に高いエネルギー E_γ^{2nd} の分布を図 5.3 に示す。信号の E_γ^{2nd} をみると、 E_γ^{2nd} の値は 0 に近い領域に分布している。1 光子の信号事象中に 2 つ目の光子が存在するのはビームバックグラウンドが原因であり、信号事象のうち、この様に 2 光子検出されるのは全体の 5%程度である。また、そのエネルギーのおおよそは 0.05 GeV 以下であることが分かる。

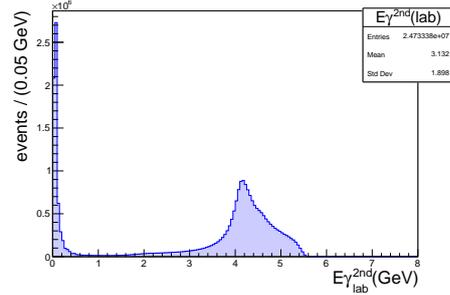
一方、バックグラウンド MC サンプルについてみると、(d) の $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ 事象において E_γ^{2nd} が 3 ~ 6 GeV のところに多くの事象が分布していることが分かる。これは 2 個目の光子による信号である。シグナルとバックグラウンド事象それぞれに由来する E_γ^{2nd} の特徴から、 $E_\gamma^{2nd} < 0.05$ GeV をプレセレクションの条件とした。

各 $M_{A'}$ に対する信号事象の MC サンプルに対してプレセレクションを施した後の、一番高いエネルギーを持った光子の角度 θ_γ^{1st} と重心系エネルギー E_γ^{*1st} についての二次元分布を図 5.4 に示す。 E_γ^{*1st} はそれぞれ帯状に分布し、一定の値をとることが分かる。また、 $M_{A'}$ が小さい時 E_γ^{*1st} は大きく、 $M_{A'}$ が大きい時 E_γ^{*1st} は小さくなる。

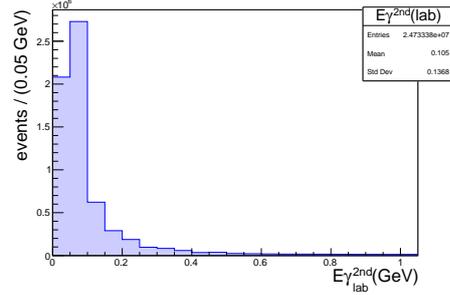
一方、それぞれのバックグラウンドサンプルに対してプレセレクションを施した後の、一番高いエネルギーを持った光子の角度 θ_γ^{1st} と重心系エネルギー E_γ^{*1st} についての二次元分布を図 5.5 に示す。エンドキャップ方向 ($20^\circ - 35^\circ, 135^\circ - 170^\circ$) に高いエネルギーを持ったバックグラウンド事象が残ることが分かる。これらは断面積の大きい $e^+e^- \rightarrow ee(\gamma)$ 、 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ と $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ の寄与が主である。その他のバックグラウンド過程からの寄与は無視できる。



(a) Signal: $M_{A'} = 4$ GeV

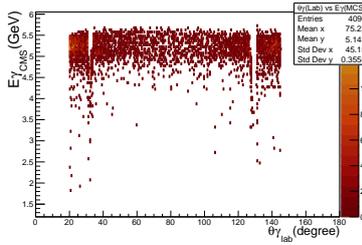


(b) BG: $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$

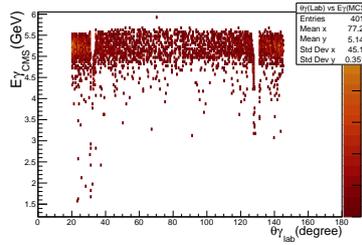


(c) BG: $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ 拡大

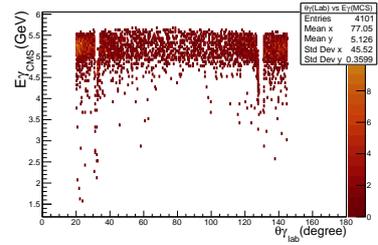
図 5.3: 信号・バックグラウンド両事象における E_γ^{2nd} 分布。(a) は $M_{A'} = 4$ GeV の信号事象について、(b) は $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ について、1 イベントの中で 2 番目に高いエネルギーをもつ光子の E_γ^{2nd} をプロットしたもの。(c) は (b) の低いエネルギー領域を拡大した図。信号の E_γ^{2nd} をみると、 E_γ^{2nd} の値は 0 に近い領域に分布している。これはビームバックグラウンドの影響と思われる。バックグラウンド MC サンプルの (d) では 3 ~ 6 GeV に事象が多く分布している。 $E_\gamma^{2nd} < 0.05$ GeV のイベントを選択することにより、 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ 事象由来の BG を減らすことが可能。



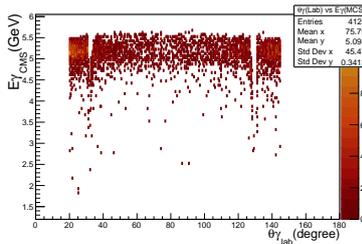
(a) $M_{A'} = 0$ GeV



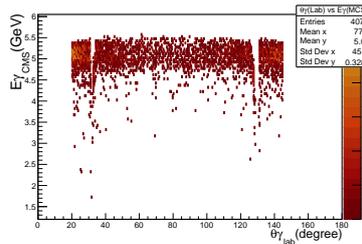
(b) $M_{A'} = 0.2$ GeV



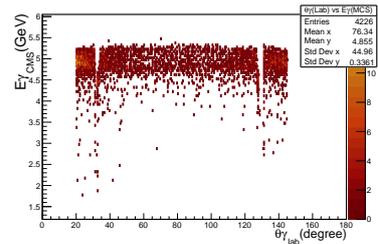
(c) $M_{A'} = 0.5$ GeV



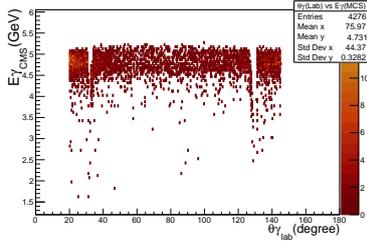
(d) $M_{A'} = 1$ GeV



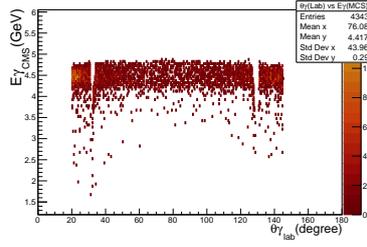
(e) $M_{A'} = 1.7$ GeV



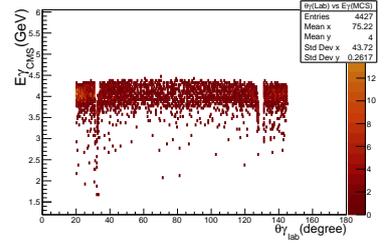
(f) $M_{A'} = 2.5$ GeV



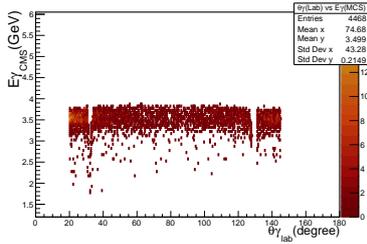
(g) $M_{A'} = 3$ GeV



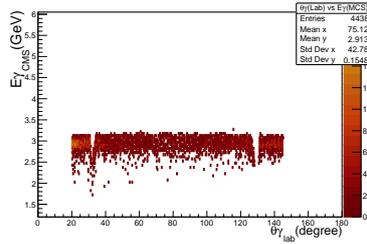
(h) $M_{A'} = 4$ GeV



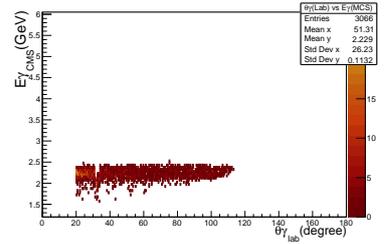
(i) $M_{A'} = 5$ GeV



(j) $M_{A'} = 6$ GeV



(k) $M_{A'} = 7$ GeV



(l) $M_{A'} = 8$ GeV

図 5.4: プレセレクション後の信号事象に対する、一番高いエネルギーを持った光子の角度 θ_γ^{1st} と重心系エネルギー E_γ^{*1st} についての二次元分布。 $M_{A'}$ について、それぞれ (a):0 GeV、(b):0.2 GeV、(c):0.5 GeV、(d):1 GeV、(e):1.7 GeV、(f):2.5 GeV、(g):3 GeV、(h):4 GeV、(i):5 GeV、(j):6 GeV、(k):7 GeV、(l):8 GeV に対応する。 E_γ^{*1st} はそれぞれ帯状に分布し、一定の値をとる。また、 $M_{A'}$ が小さい時 E_γ^{*1st} は大きく、 $M_{A'}$ が大きい時 E_γ^{*1st} は小さくなる。

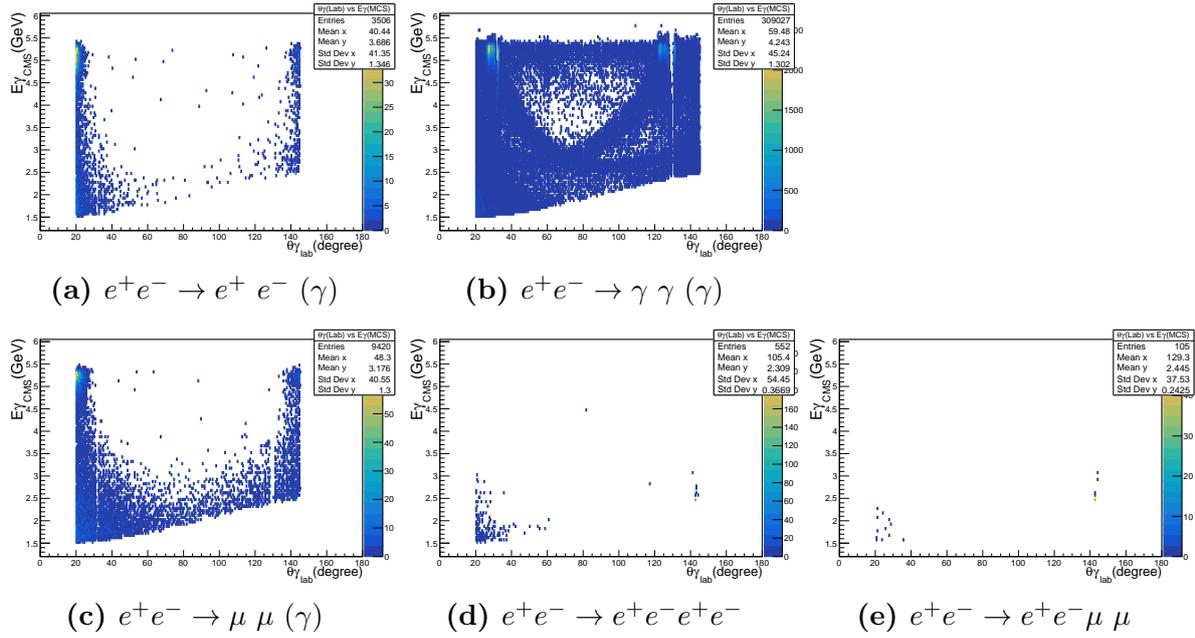


図 5.5: プレセレクション後の BG 事象における $\theta_{\gamma}^{1st} - E_{\gamma}^{1st}$ 分布。それぞれ (a): $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ (0.17 fb^{-1})、(b): $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ (6.47 fb^{-1})、(c): $e^+e^- \rightarrow \mu\mu(\gamma)$ (47.9 fb^{-1})、(d): $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ (5.04 fb^{-1})、(e): $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu\mu$ (10.6 fb^{-1}) に対応する。これらの分布から、BG 事象は主に低いエネルギー E_{γ}^{1st} を持っており、ビームパイプ方向に多く分布していることが分かる。

(2) M_{inv} の領域別選択条件

信号事象を残しつつバックグラウンド事象をより多く取り除くため、信号事象を M_{inv} の値によって 2つの領域に分け、それぞれ別の選別条件を課す。これにより信号検出効率を保ちながらバックグラウンドを落とすことを試みた。

1. $M_{inv} \leq 6 \text{ GeV}$ の場合 (lowM 条件) には、

- 光子の角度分布 θ_{γ} が $36^{\circ} < \theta_{\gamma} < 120^{\circ}$ を満たす
- 光子の重心系エネルギー E_{γ}^* が図 5.6 の赤の実線よりも大きい

ことを要求する。図 5.6 から分かるように、バックグラウンド事象は比較的低い E_{γ} の領域に、信号事象は高い E_{γ} の領域に分布することが分かる。よって、この条件からより多くのバックグラウンド事象を取り除くことが出来る。

2. $M_{inv} > 6 \text{ GeV}$ の場合 (highM 条件) には、

- 光子の角度分布 θ_{γ} が $36^{\circ} < \theta_{\gamma} < 120^{\circ}$ を満たす
- 光子の重心系エネルギー E_{γ}^* が図 5.6 の赤の破線よりも大きい

ことを要求する。高い M_{inv} を持つ信号事象ほど E_{γ} の値は小さいため、 E_{γ} の条件を緩く設定した。

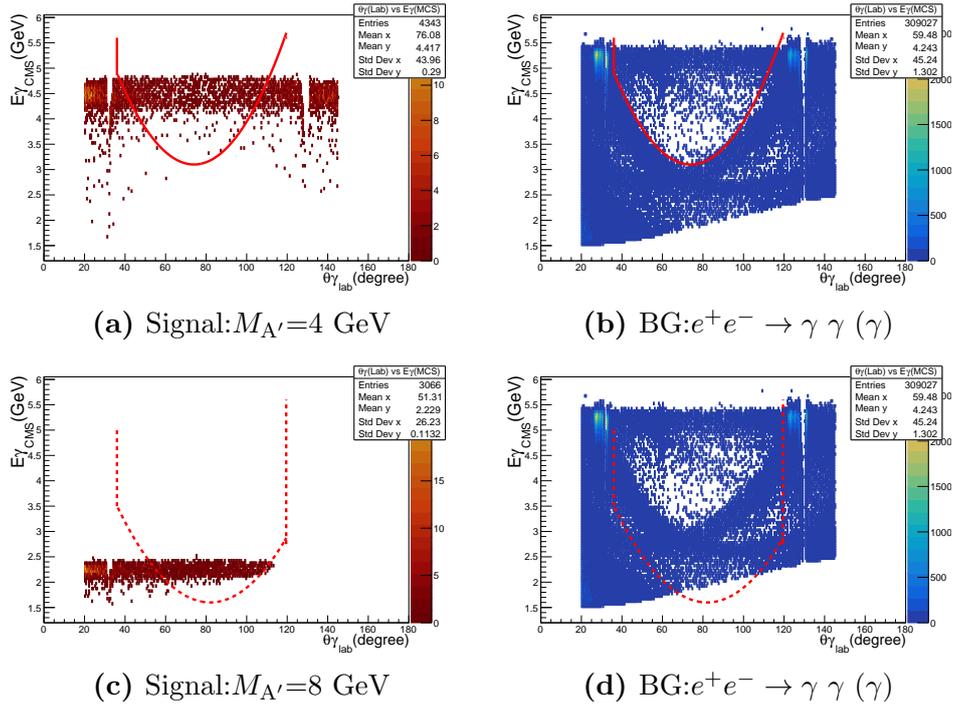


図 5.6: プレセレクション後の信号・バックグラウンドの $\theta_\gamma^{1st} - E_\gamma^{*1st}$ 分布と領域別条件を示す。赤で示したシグナルサンプルの $\theta_\gamma^{1st} - E_\gamma^{*1st}$ 分布について、(a) と (c) はそれぞれ $M_{A'} = 4$ GeV、8 GeV に対応している。青で示したバックグラウンド MC の分布は、(b) と (d) どちらも $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ 事象に対応している。2次元分布上の赤い線は $M_{inv} \leq 6$ GeV のイベントに適応する lowM 条件、赤い破線は $M_{inv} > 6$ GeV のイベントに適応する highM 条件を示す。

図 5.7 に、 M_{inv} 領域別選別条件を課した後の信号事象の検出効率を示す。lowM 条件を使用すると、 M_{inv} が 7 GeV までの信号を高い効率で検出できる。highM 条件では M_{inv} の値が大きくなるにつれ検出効率が良くなる傾向が見られる。lowM 条件を $M_{inv} \leq 6$ GeV のイベントに、highM 条件を $M_{inv} > 6$ GeV のイベントに使用する。

(3) 2 光子事象ベトー (ギャップイベント選別)

バックグラウンドの主な要因である $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ 事象の MC サンプルに対して、lowM 条件を用いて選別を行った後の $\theta_\gamma^{1st} - E_\gamma^{*1st}$ 分布を図 5.8 に示す。図 5.8 をみると、 $\theta_\gamma = 60^\circ$ 付近の E_γ が大きい領域に多くの事象が存在する。これは、生成された 2 光子のうち、1 光子が ECL の $\theta = 60^\circ$ 付近で観測され、もう片方の光子が ECL のバレル-エンドキャップ間のギャップ (図 5.2-(4)) に飛んで観測されなかった事象が残ったものである。このような事象を取り除く為、更に以下の条件を要求する。

1. 実験室系の光子の θ_γ^{1st} について、 $\theta_\gamma^{1st} > 58^\circ$ かつ $61^\circ < \theta_\gamma^{1st}$ であること。
2. 重心系での光子のエネルギーについて、 $E_\gamma^{*1st} < 4.5$ GeV であること。

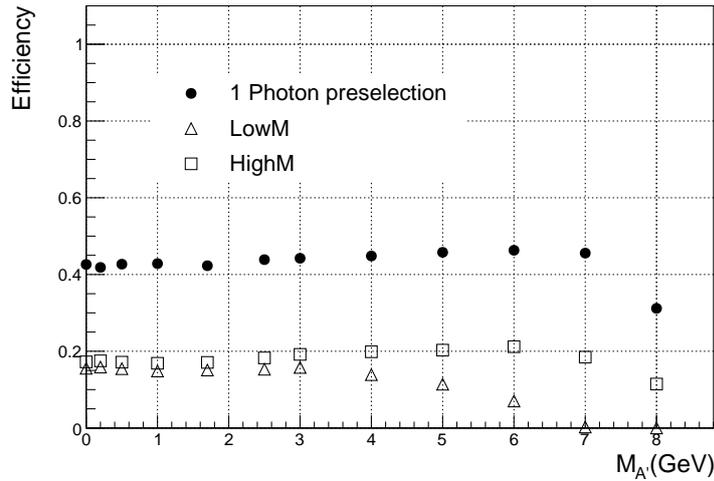


図 5.7: シグナルの検出効率。それぞれプレセクション、lowM、highM 条件に対する信号事象の検出効率を示す。

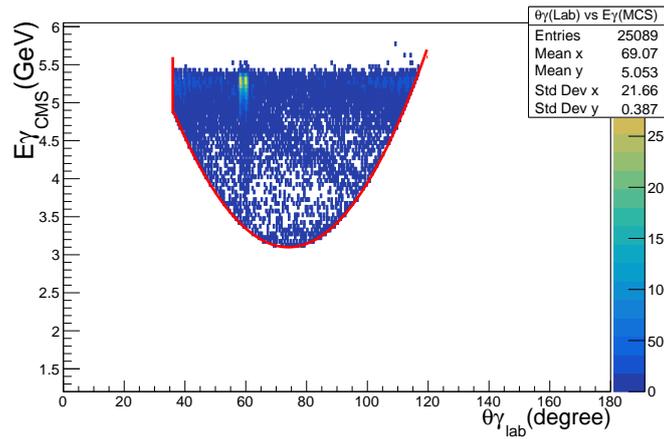
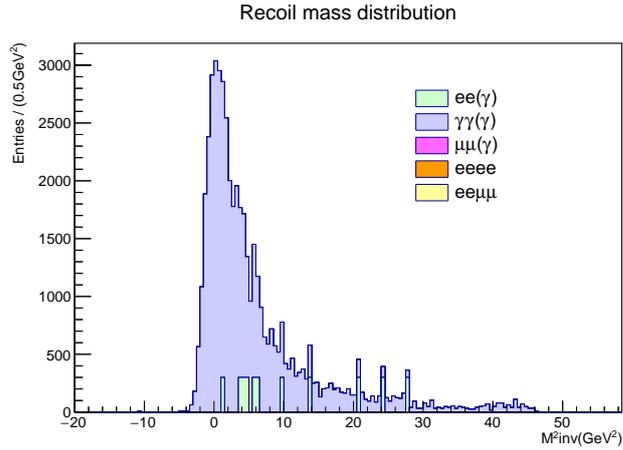
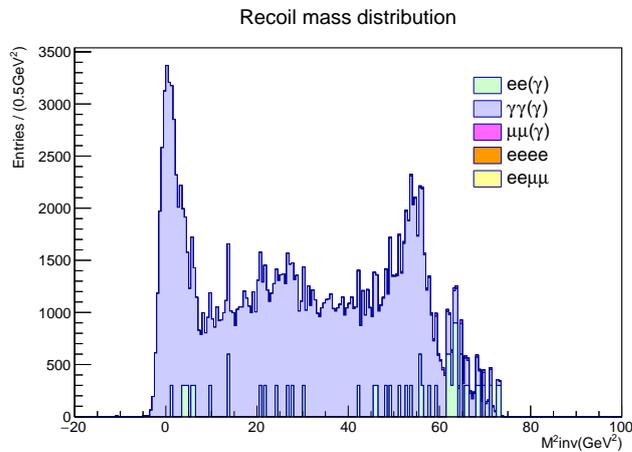


図 5.8: M_{inv} 領域別選別 (lowM) を施した後の $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ (γ) の $\theta_{\gamma}^{1st} - E_{\gamma}^{*1st}$ 分布。 $\theta = 60^\circ$ 付近の E_{γ} が大きい領域に構造が存在する。これは、生成された 2 光子のうち、1 光子が ECL バレル部 ($\theta = 90^\circ$) にあるギャップに飛んで観測されなかった為に 1 光子事象とみなされたものである。ギャップイベント選別では、この事象を取り除く。

図 5.9 に、弱い選別条件 (Loose) を全て適応した後の各バックグラウンドプロセスについて、残った事象数を足し合わせた M_{inv}^2 の分布を示す。全てのデータは 50 fb^{-1} に規格化されている。 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ (γ) 事象が最も大きなバックグラウンドとなることがわかる。表 5.1 は、事象選別後に残った事象数をプロセスごとにまとめたものである。また、表 5.2 は M_{inv}^2 の質量ごとのバックグラウンド事象数を示す。全てのデータは 50 fb^{-1} に規格化されている。



(a) lowM cut



(b) highM cut

図 5.9: バックグラウンド事象の M_{inv}^2 分布。選別後に残ったバックグラウンド事象について、それぞれ (a):lowM 条件、(b):highM 条件を用いた時の M_{inv}^2 分布。(a)(b) 共に $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ 事象がほとんどを占める。

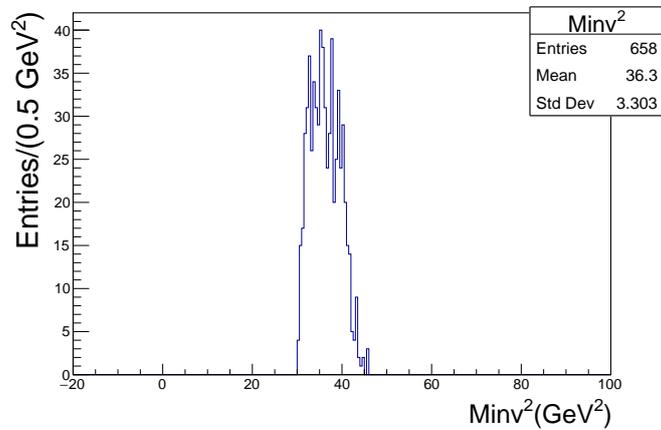


図 5.10: 信号事象 ($M_{A'} = 4 \text{ GeV}$) の M_{inv}^2 分布。この分布からバックグラウンド事象数評価に用いる M_{inv}^2 range を決定した。

表 5.1: 選別条件をそれぞれのバックグラウンドプロセスに適応した後の事象数。バックグラウンドのデータは全て 50 fb^{-1} に規格化した。事象数の誤差は統計誤差である。

Background process	lowM ($\times 10^3$)	highM ($\times 10^3$)
$e^+e^- \rightarrow e^+ e^- (\gamma)$	3.3 ± 0.1	14.7 ± 0.1
$e^+e^- \rightarrow \gamma \gamma (\gamma)$	45 ± 0.2	167 ± 0.4
$e^+e^- \rightarrow \mu \mu (\gamma)$	0.01 ± 0.003	0.9 ± 0.03
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$	0.01 ± 0.003	0.03 ± 0.005
$e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu \mu$	0	0

表 5.10 は $M_{A'} = 4 \text{ GeV}$ の時の M_{inv}^2 分布である。それぞれの信号事象に対してこの分布全体の約 90% の事象数を含む M_{inv}^2 range を選択し、その範囲内のバックグラウンド事象数評価に使用した。

表 5.2: 信号の検出効率と、全条件を用いて選別し残ったバックグラウンド事象のイベント数を各 M_{inv}^2 毎に評価したもの。バックグラウンドのデータは全て 50 fb^{-1} に規格化した。また、検出効率の系統誤差は $\pm 10\%$ と仮定した。バックグラウンドの事象数の統計誤差を考慮している。

$M_{A'} [\text{GeV}/c^2]$	M_{inv}^2 range [GeV^2/c^4]	Signal efficiency η_{eff} [%]	Background events b ($\times 10^3$)
0.0	-8.0 - 8.0	13.2 ± 0.1	37.5 ± 0.2
0.2	-8.0 - 8.0	13.5 ± 0.1	37.5 ± 0.2
0.5	-6.5 - 10.0	13.2 ± 0.1	39.8 ± 0.2
1.0	-5.5 - 10.0	12.9 ± 0.1	39.8 ± 0.2
1.7	-3.0 - 12.5	12.8 ± 0.1	41.5 ± 0.2
2.5	0.5 - 15.0	13.1 ± 0.1	31.0 ± 0.2
3.0	2.5 - 17.0	13.7 ± 0.1	21.5 ± 0.1
4.0	10.5 - 22.5	12.0 ± 0.1	6.21 ± 0.08
5.0	20.0 - 33.0	10.5 ± 0.1	3.41 ± 0.06
6.0	31.5 - 41.5	6.3 ± 0.1	0.90 ± 0.03
7.0	43.5 - 53.0	16.7 ± 0.2	27.3 ± 0.2
8.0	61.0 - 67.0	10.5 ± 0.1	8.71 ± 0.1

2 番目にエネルギーの高い光子の θ 分布

図 5.11 は、選別後のバックグラウンド事象 ($e^+e^- \rightarrow \gamma \gamma (\gamma)$) のうち、1 光子の他にエネルギーが 0.05 GeV よりも小さい 2 つ目の光子が存在するイベントの $\theta^{2\text{nd}}$ の分布である。図 5.11 から分かるように、 θ が $140^\circ \sim 150^\circ$ の領域に多く事象が分布している。この角度には飛跡検出器 (CDC) の読み出しエレキが搭載されたエンドプレートが存在する。この方向に飛んだ光子が CDC のエンドプレートでシャワーを起こし、そのエネルギーの

ほとんどがそこで吸収されるために、この後方に位置するエンドキャップECLでは、100 MeV 以下のエネルギーしか測定出来ていないと考えられる。また、その反対側である θ が $\sim 30^\circ$ の領域には ARICH が設置されている。ARICH によるエネルギーの吸収も考慮する必要がある。

その他バレル方向のフラットな領域に残っているのは、ECL の結晶間の隙間、あるいはエンドキャップとバレル間のギャップを通り抜けた事象と考えられる。これは、Belle II 検出器の最外殻に位置する KLM を用いて減らすことが可能である。

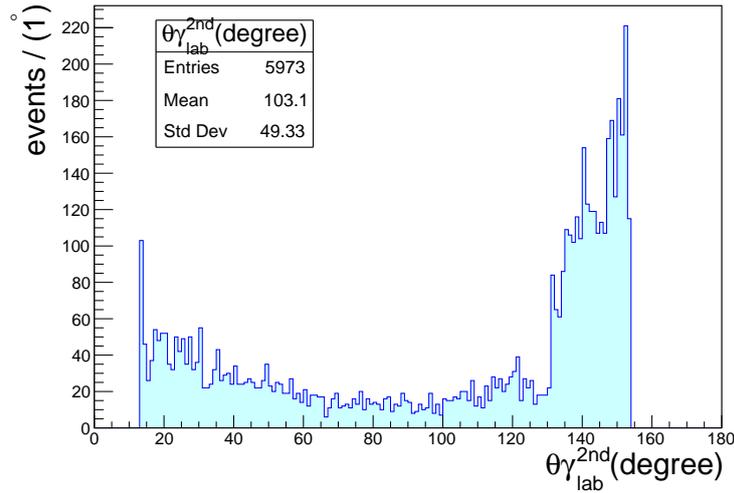


図 5.11: 弱い選別後の $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ (γ) 事象の $\theta\gamma^{2nd}$ 分布

KLM を用いた解析

電子・陽電子と光子のエネルギーを測定する ECL に加えて、Belle II 検出器の最外殻に位置する KLM も光子の検出に役立つ。信号事象のような 1 光子が KLM のクラスターに入射した場合、重心系・三次元において約 25° の広がりを持ったシャワーを形成することが分かっている [28]。クリスタルの間をすり抜ける・バレル部とエンドキャップ部の間を通過するなど、ECL の感度が無い領域が原因で生じるバックグラウンド事象を抑制する為に、KLM のクラスターについて以下の条件を要求することで選別効率の改善が見込まれる。しかしながら、本研究では Belle II グループ内の解析ソフトウェアの準備が間に合わなかった為、KLM の情報を用いることはできなかった。

KLM の情報を使えるようになれば、KLM にヒットがあった時、その KLM のクラスターの位置 (θ, ϕ) が、実験室系において信号粒子の運動量の単位ベクトルと反対側の 25° のコーンの内部であった場合、そのような事象を除く条件を課すことが可能となる。この条件により、ECL で測定し逃した光子が、シグナルと選別された光子の反対側に飛んだ場合に生じるバックグラウンド事象を除くことが可能である。

5.3.3 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \text{invisible}$ 事象の強い選別 (Tight)

以上の条件に加えて、さらにバックグラウンドを下げ信号の検出感度を上げるために、以下の条件を課し、それを本研究の最終条件とした。

強い2光子事象ベトー (E_γ^{2nd} 選別)

ここまで、信号中の2番目に高いエネルギーを持った光子について、プレセレクションにより $E_\gamma^{2nd} > 0.05\text{GeV}$ で選別を行った。lowM条件、highM条件を通した後のシグナルMCサンプル中で、このような2目以降の光子が存在する事象は約9%存在する。一方で、選別後のバックグラウンドMCサンプル、特に $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ (γ) 事象でこのような2つ目以降の光子が存在するイベントは約90%を占める。

このことから、選別後に残るバックグラウンド事象をより削減するために、 E_γ^{2nd} 選別の条件を以下のように厳しく要求する。

- ・ イベント中で2番目に高いエネルギーを持った光子について、 $E_\gamma^{2nd} < 0.02\text{ GeV}$ であること。これは、ECLで光子のクラスターとして再構成される最低のエネルギーが0.02 GeVであることによる。

図5.12は、lowM条件、highM条件までの選別を施した後に、 E_γ^{2nd} 選別を行った $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ (γ) 事象の $\theta_\gamma^{1st} - E_\gamma^{*1st}$ 分布である。2つ光子が生成されたうちの一方がECLギャップを通り抜け観測されず、1光子事象と見なされたイベントの分布は、弱い選別時と同様に $\theta_\gamma \sim 60^\circ$ 付近に見られる。表5.3は事象選別後に残った事象数をモードごとにまとめたものである。表5.1と比較すると、 E_γ^{2nd} 選別の条件により事象数が強い条件を課す前の10%以下に減っていることが分かる。また、表5.4は各 M_{inv}^2 に対するバックグラウンド事象数の評価である。全てのデータは 50 fb^{-1} に規格化されている。

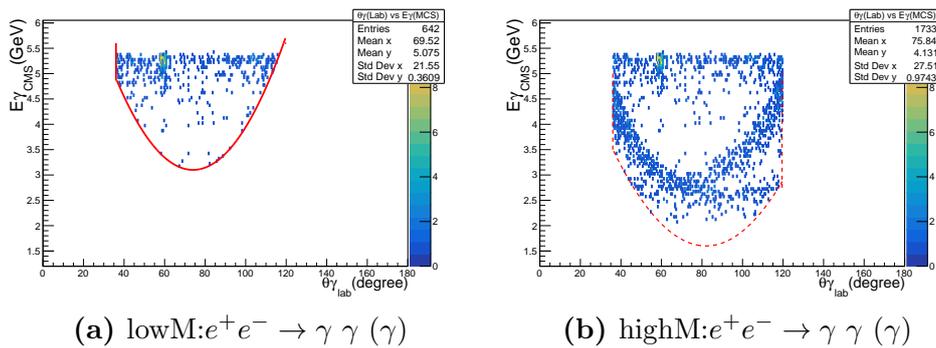


図 5.12: E_γ^{2nd} 選別後の $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ (γ) の $\theta_\gamma^{1st} - E_\gamma^{*1st}$ 分布。(a):lowM条件、(b):highM条件に対するバックグラウンド事象の分布。(a)(b)共に $\theta = 60^\circ$ 付近に存在する領域は、生成された2光子のうち、1光子がECLのパレルとエンドキャップの間にあるギャップに飛んで観測されなかった為に1光子事象とみなされたものである。この領域の事象は、最終的にはギャップイベント選別で取り除く。

表 5.3: E_γ^{2nd} を用いて強い選別を行った後のバックグラウンドの事象数。バックグラウンドのデータは全て 50 fb^{-1} に規格化されている。事象数の誤差は統計誤差を示す。

Background process	lowM cut ($\times 10^3$)	highM cut ($\times 10^3$)
$e^+e^- \rightarrow e^+ e^- (\gamma)$	0.23 ± 0.02	0.46 ± 0.02
$e^+e^- \rightarrow \gamma \gamma (\gamma)$	3.4 ± 0.06	12 ± 0.1
$e^+e^- \rightarrow \mu \mu (\gamma)$	0	0.06 ± 0.01
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$	0	0
$e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu \mu$	0	0

表 5.4: E_γ^{2nd} を用いた選別後のシグナル検出効率とバックグラウンド数。バックグラウンド事象のイベント数を各 M_{inv}^2 について評価した。バックグラウンドのデータは全て 50 fb^{-1} に規格化されている。また、検出効率の系統誤差は $\pm 10\%$ と仮定し、バックグラウンドの事象数の誤差は統計誤差を示す。

$M_{A'}$ [GeV/c^2]	M_{inv}^2 range [GeV^2/c^4]	Signal efficiency η_{eff} [%]	Background events b ($\times 10^3$)
0.0	-8.0 - 8.0	12.4 ± 0.1	2.9 ± 0.05
0.2	-7.0 - 8.0	12.6 ± 0.1	2.9 ± 0.05
0.5	-6.5 - 9.0	12.1 ± 0.1	3.0 ± 0.05
1.0	-6.5 - 9.0	12.1 ± 0.1	3.0 ± 0.05
1.7	-3.0 - 12.5	12.1 ± 0.1	3.1 ± 0.06
2.5	0.0 - 14.0	12.3 ± 0.1	2.6 ± 0.05
3.0	2.0 - 16.0	12.7 ± 0.1	1.7 ± 0.04
4.0	10.5 - 22.5	11.3 ± 0.1	0.4 ± 0.02
5.0	20.0 - 31.5	9.4 ± 0.1	0.2 ± 0.01
6.0	31.5 - 41.5	6.0 ± 0.1	0.05 ± 0.01
7.0	44.5 - 53.0	15.8 ± 0.2	1.6 ± 0.04
8.0	61.0 - 68.0	9.7 ± 0.1	0.3 ± 0.02

図 5.13 は強い選別と弱い選別に対する信号事象の検出効率、図 5.14 は強い選別・弱い選別をそれぞれ行った場合に期待されるバックグラウンド事象数 b を $M_{A'}$ の関数で表したものである。強い選別は、弱い選別で残っていたバックグラウンド事象を $1/10$ に減らす。また、強い選別を行ったことによる信号検出効率の低下は 1% 程度であった。

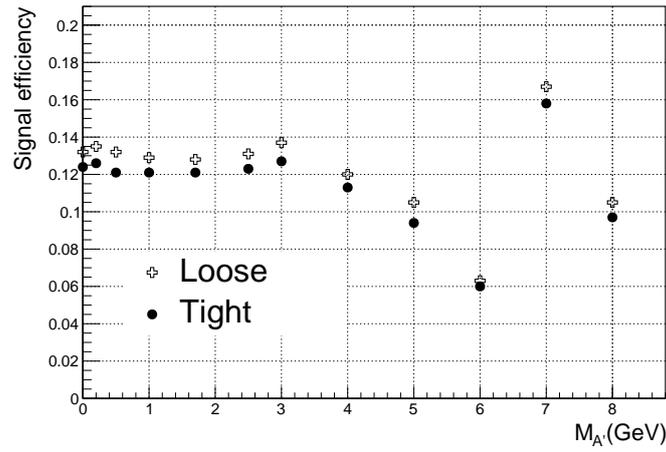


図 5.13: 弱い選別 (Loose) と強い選別 (Tight) における信号検出効率 η_{eff} 。 $M_{A'}$ の関数として表されている。強い選別による検出効率の低下は 1% 程度である。

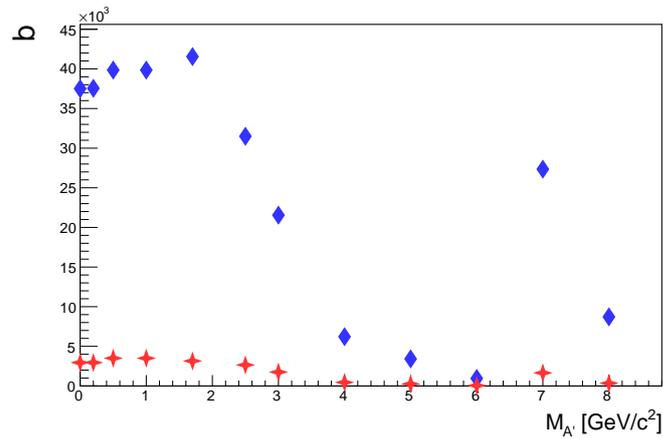


図 5.14: 強い選別・弱い選別をそれぞれ行った場合期待されるバックグラウンド事象数 b を $M_{A'}$ の関数で表したもの。赤の点が強い選別 (Tight) の場合、青い点が弱い選別 (Loose) の場合期待される b を示す。弱い選別に比べ、強い選別では背景事象数は 1/10 に減少する。

第6章 ダークフォトンの検出感度

本章では、Belle II 実験で期待されるダークフォトンの検出感度について議論する。結果は、予想される信号数の上限値およびダークフォトンの結合定数の上限値として報告する。値はすべて90%の信頼度である。

6.1 信号の上限値の求め方

Likelihood 法による信号の上限値を導出する方法を付録??にまとめた。この上限値は最終的には得られた M_{inv}^2 分布のフィットにより求める予定であるが、ここでは前章で求めた予想されるバックグラウンド事象数 b を用いて各ダークフォトンの質量ごとに上限値を求めた。用いた式は付録の式 (B.26) と (B.27) である。すなわち、90%の上限値の平均 N_{up} は

$$N_{\text{up}} = 1.28 \cdot \sigma_A = \frac{1.28}{\sqrt{\frac{1}{b} + \frac{\sigma_b^2}{2b^2}}} \quad (6.1)$$

ここで、 b は予想されるバックグラウンドの数、 σ_b はバックグラウンドの系統誤差、今回は $\sigma_b/b = 0.1$ を仮定した。

ここで求めた信号数の上限値 N_{up} から断面積の上限値 σ^{up} は

$$\sigma^{\text{up}} = \frac{N_{\text{up}}}{\mathcal{L} \cdot \eta_{\text{eff}}} \quad (6.2)$$

で与えられる。ここで、 \mathcal{L} はデータのルミノシティ、 η_{eff} は信号の検出効率である。 $M_{A'}$ の関数として表した信号の検出効率を図 6.1 に示す。 \mathcal{L} は今年の実験で収集予定の 50 fb^{-1} を仮定した。各選択条件での η_{eff} は表 5.2 と表 5.4 に示している。ここで求めた σ^{up} とダークフォトンの結合定数 ε を 1 とした時のダークフォトンの生成断面積 $\sigma_{A'}(\varepsilon = 1)$ (式 (4.2)) との比から、結合定数の90%の信頼度での上限値 ε^{up} を以下のように求めることができる。

$$\varepsilon^{\text{up}} = \sqrt{\frac{\sigma^{\text{up}}}{\sigma_{A'}(\varepsilon = 1)}} \quad (6.3)$$

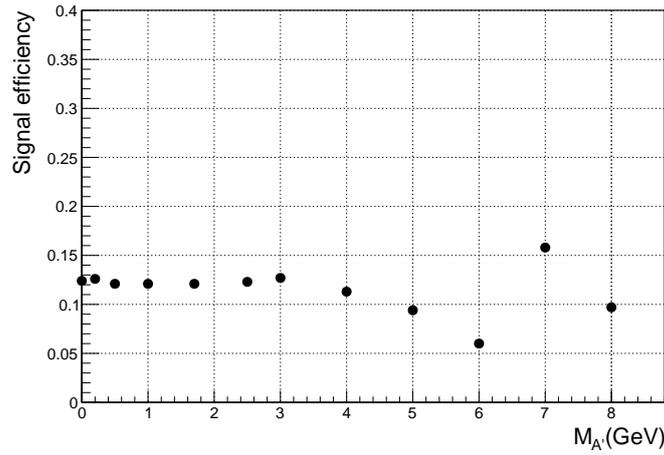


図 6.1: 全ての選別条件を用いた、信号事象の検出効率の最終結果。強い選別を使用した。 $M_{A'} \leq 6$ GeV の事象には lowM 条件を、 $M_{A'} > 6$ GeV の事象には highM 条件を使用して選別を行った。

6.2 ダークフォトンの検出感度

Belle II 実験 (50 fb^{-1}) における弱い選択条件による結合定数 ε の上限値を表 6.1 に、強い選択条件による結果を表 6.2 に示す。

図 6.2 は結果の上限値を $M_{A'}$ の関数としてプロットしたものである。同じ図に Belle II で収集を予定している全統計 (50 ab^{-1}) の場合の達成可能領域も示した。50 fb^{-1} の場合、 ε は $M_{A'}=5 \text{ GeV}$ のとき 4×10^{-4} 、 $M_{A'} = 0.01 \text{ GeV} \sim 2 \text{ GeV}$ のとき 10^{-3} までの感度がある。

また、50 ab^{-1} まで収集すると $M_{A'}=5 \text{ GeV}$ で 5×10^{-5} まで探索範囲を拡大させることができる。図 2.9 に示したようにこの領域は理論的にも非常に興味深い領域である。

なお、この結果は途中段階のものであり、前章で述べたように今後 KLM 等現在使っていない検出器の情報を使うことによりさらなる向上の余地があることをつけ加えておく。

表 6.1: 弱い選別条件による A' の 90%CL の上限の平均値 N_{up} と生成断面積 $\sigma_{A'}$ 。

$M_{A'}$ [GeV/ c^2]	BG events b($\times 10^3$)	N_{up}	σ^{up} [fb]	$\varepsilon^{up}(\times 10^{-3})$
0.0	37.5 ± 3.7	248	37.6 ± 0.3	2.34
0.2	37.5 ± 3.7	248	36.7 ± 0.3	2.32
0.5	39.8 ± 4.0	255	38.7 ± 0.3	2.37
1.0	39.8 ± 4.0	255	40.0 ± 0.3	2.39
1.7	41.5 ± 4.2	261	40.7 ± 0.3	2.39
2.5	31.0 ± 3.1	225	34.4 ± 0.3	2.14
3.0	21.5 ± 2.2	188	26.4 ± 0.2	1.87
4.0	6.21 ± 0.6	101	16.8 ± 0.1	1.38
5.0	3.41 ± 0.3	74.7	14.2 ± 0.1	1.17
6.0	0.90 ± 0.09	38.4	12.2 ± 0.2	0.96
7.0	27.3 ± 2.7	211	25.3 ± 0.3	1.19
8.0	8.71 ± 0.9	119	22.8 ± 0.2	0.92

表 6.2: 強い選別条件による A' の 90%CL の上限の平均値 N_{up} と生成断面積 $\sigma_{A'}$ 。

$M_{A'}$ [GeV/ c^2]	BG events b($\times 10^3$)	N_{up}	σ^{up} [fb]	$\varepsilon^{up}(\times 10^{-3})$
0.0	2.9 ± 0.3	68.9	10.9 ± 0.1	1.27
0.2	2.9 ± 0.3	68.9	10.9 ± 0.1	1.26
0.5	3.0 ± 0.3	70.1	11.6 ± 0.1	1.30
1.0	3.0 ± 0.3	70.1	11.6 ± 0.1	1.29
1.7	3.1 ± 0.3	71.3	11.8 ± 0.1	1.28
2.5	2.6 ± 0.3	65.3	10.6 ± 0.09	1.19
3.0	1.7 ± 0.2	52.8	8.31 ± 0.07	1.03
4.0	0.4 ± 0.04	25.6	4.53 ± 0.04	0.72
5.0	0.2 ± 0.02	18.1	3.85 ± 0.04	0.61
6.0	0.05 ± 0.005	9.05	3.02 ± 0.05	0.48
7.0	1.6 ± 0.2	51.2	6.48 ± 0.08	0.60
8.0	0.3 ± 0.03	22.2	4.57 ± 0.05	0.41

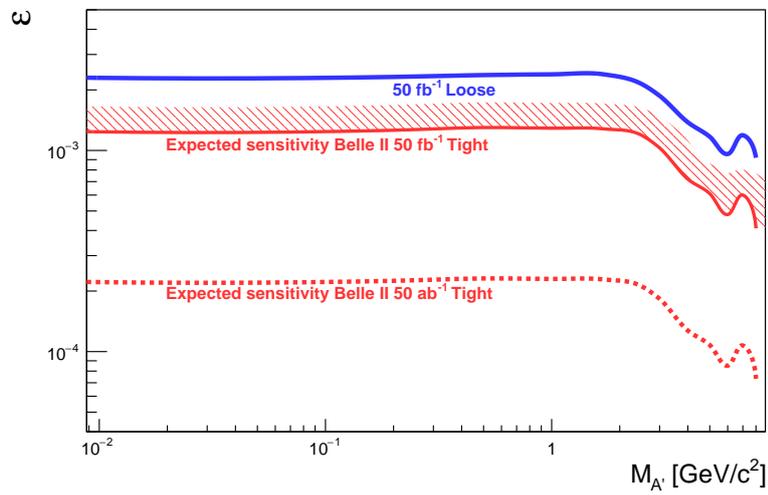


図 6.2: Belle II 実験で収集される 50 fb^{-1} のデータから期待される、 A' の結合定数 ε の上限値。青の線は Loose 選別を行った場合、赤の線は Tight 選別を行った結果をそれぞれ表す。また、赤の破線は 50 ab^{-1} のデータから期待される Tight 選別を用いた上限値を示す。

第7章 まとめ

本研究では Belle II 実験におけるダークフォトン生成事象 ($e^+e^- \rightarrow \gamma + A'$) の検出可能性について、モンテカルロシミュレーションを用いて検出効率と予想されるバックグラウンドを評価した。信号事象の検出効率は、約 10% の値が得られた。また、QED 由来のバックグラウンド事象数を評価したところ、信号事象のバックグラウンドの最たる容易が $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ (γ) 事象であることが分かった。ECL のギャップに粒子が逃げて観測されない事象や、エンドキャップ部に入射した粒子のエネルギーをいかに精度良く測定するかが重要となることが分かった。

$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ (γ) 事象を含めたプロセスから評価したバックグラウンドの事象数から、90% の信頼度で、信号の上限値及びダークフォトンの運動項の結合定数 ε の上限値を 50 fb^{-1} と 50 ab^{-1} の場合について広いダークフォトンの質量範囲 (0.01 GeV から GeV) に求めた。結果を図 7.1 に示す。この探索領域は、SIMP シナリオ等で様々なダークマターの理論により探索が期待されている領域である。

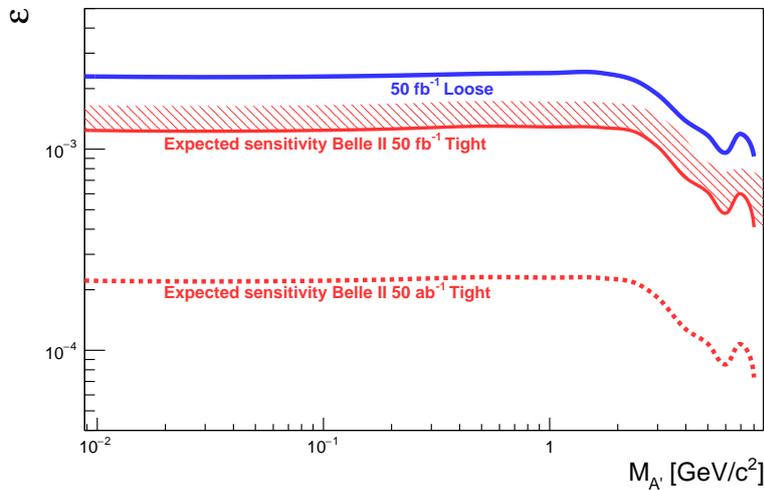


図 7.1: Belle II 実験で期待される A' の結合定数 ε の上限値

本研究の事象選別ではカロリメータより外側に位置する測定器 (KLM) の情報を用いたベトーの条件を用いることが出来なかった。今後は KLM 等現在使っていない検出器の情報を使うことにより、更に小さい ε の領域にむけて感度を向上させる余地があることをつけ加えておく。

付録A Gauge Boson Mixing

ここでは、ダークフォトン模型でのダーク $U(1)_D$ とハイパーチャージ $U(1)_Y$ の間の運動項混合の理論を記述する。基本の中性ゲージボソンのラグランジアンは以下のように書かれる。

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\tilde{W}_{\mu\nu}^3\tilde{W}^{3\mu\nu} - \frac{1}{4}\tilde{B}_{\mu\nu}\tilde{B}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\tilde{A}'_{\mu\nu}\tilde{A}'^{\mu\nu} + \frac{\epsilon}{2}\tilde{B}_{\mu\nu}\tilde{A}'^{\mu\nu}. \quad (\text{A.1})$$

ここで、 ϵ は運動項の結合定数である。 \tilde{B} はハイパーチャージ $U(1)_Y$ 、 \tilde{A}' はダーク $U(1)_D$ のゲージ場を表す。

ワインバーグ角 θ_W を用いて、電弱対称性が破れた後のゲージ場 (\tilde{B}, W_3) を混合した場を表す。 $\cos\theta_W = c_W, \sin\theta_W = s_W$ とおくと、

$$\begin{pmatrix} \tilde{Z} \\ \tilde{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & -s_W \\ s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{W}^3 \\ \tilde{B} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

となる。ここで、 \tilde{A} と \tilde{Z} はそれぞれ標準模型の光子と Z ボソンを表す。この時、 Z ボソンの質量が生成され、ラグランジアンは以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4}\tilde{A}_{\mu\nu}\tilde{A}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\tilde{Z}_{\mu\nu}\tilde{Z}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\tilde{A}'_{\mu\nu}\tilde{A}'^{\mu\nu} \\ & - \frac{\epsilon}{2}s_W\tilde{Z}_{\mu\nu}\tilde{A}'^{\mu\nu} + \frac{\epsilon}{2}c_W\tilde{A}_{\mu\nu}\tilde{A}'^{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2}m_{\tilde{Z}}^2\tilde{Z}_\mu\tilde{Z}^\mu + \frac{1}{2}m_{\tilde{A}'}^2\tilde{A}'_\mu\tilde{A}'^\mu. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$m_{\tilde{Z}}$ と $m_{\tilde{A}'}$ は Z ボソンと任意のダークフォトンの質量である。式 (A.3) の 2 行目は運動項、3 行目は質量項であり、それぞれ \mathcal{L}_{kin} 、 \mathcal{L}_{mass} とする。

運動項 \mathcal{L}_{kin} を行列 U を用いて対角化する。

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & r\epsilon c_W \\ 0 & 1 & -r\epsilon s_W \\ 0 & 0 & r \end{pmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

ここで、

$$r = (1 - \epsilon^2)^{-1/2}, \quad (\text{A.5})$$

である。この時、 A と混合していない事がわかる。すなわち A は質量を持たず、標準模型の光子と同一である。 \mathcal{L}_{kin} は以下のように対角化される。

$$\mathcal{L}_{kin} = \frac{1}{2} \tilde{F}_{\mu\nu} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\epsilon c_W \\ 0 & 1 & \epsilon s_W \\ -\epsilon c_W & \epsilon s_W & 1 \end{pmatrix} \tilde{F}^{\mu\nu} = -\frac{1}{4} \overline{F}_{\mu\nu}^T \overline{F}^{\mu\nu}. \quad (\text{A.6})$$

また、質量項 \mathcal{L}_{mass} は行列 U を用いて、

$$\mathcal{L}_{mass} = \frac{1}{2} (\overline{Z}, \overline{A}')_{\mu\nu} \begin{pmatrix} m_Z^2 & -r\epsilon s_W m_Z^2 \\ -r\epsilon s_W m_Z^2 & r^2 \epsilon^2 s_W^2 m_Z^2 + r^2 m_{A'}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{Z} \\ \overline{A}' \end{pmatrix}_{\mu\nu}, \quad (\text{A.7})$$

のように非対角行列で表される。

次に、質量項 \mathcal{L}_{mass} を行列 V を用いて対角化する。

$$V = \begin{pmatrix} \cos \chi & -\sin \chi \\ \sin \chi & \cos \chi \end{pmatrix}, \quad (\text{A.8})$$

この時、

$$\tan 2\chi = \frac{-2r\epsilon s_W m_Z^2}{(1 - r^2 \epsilon^2 s_W^2) m_Z^2 - r^2 m_{A'}^2}, \quad (\text{A.9})$$

である。

フェルミオンのゲージ相互作用を V を用いて記述する。 $\cos \chi = c_\chi, \sin \chi = s_\chi$ とすると、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} = & e A_\mu J_{em}^\mu \\ & + Z_\mu [g_2 (c_\chi - r\epsilon s_W s_\chi) J_{NC}^\mu + e r \epsilon c_W s_\chi J_{em}^\mu] \\ & + A'_\mu [-g_2 (s_\chi + r\epsilon s_W c_\chi) J_{NC}^\mu + e r \epsilon c_W c_\chi J_{em}^\mu], \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

となる。ここで、

$$J_{em}^\mu = Q_f \bar{f} \gamma^\mu f, \quad (\text{A.11})$$

$$J_{NC}^\mu = \frac{1}{c_W} (T_{3f} - Q_f s_W^2) \bar{f} \gamma^\mu f, \quad (\text{A.12})$$

である。

$\epsilon \ll 1$ 、 $m_{\tilde{Z}}^2 \gg m_{A'}^2$ の極限において、 χ は

$$\chi \simeq -\epsilon s_W \left(1 + \frac{m_{A'}^2}{m_{\tilde{Z}}^2} \right), \quad (\text{A.13})$$

となる。この極限では、式 (A.10) は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} \simeq & e A_\mu J_{em}^\mu \\ & + Z_\mu \left[g_2 \left(1 - \frac{1}{2} \epsilon^2 s_W^2 \right) J_{NC}^\mu - e \epsilon^2 s_W c_W J_{em}^\mu \right] \\ & + A'_\mu \left[g_2 \left(\epsilon s_W \frac{m_{A'}^2}{m_{\tilde{Z}}^2} \right) J_{NC}^\mu + e \epsilon c_W \left(1 - \frac{1}{2} \epsilon^2 s_W^2 \right) J_{em}^\mu \right], \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

のように記述される。 $m_{\tilde{Z}}^2 \gg m_{A'}^2$ の時、neutral current の寄与は電弱相互作用の結合に対して無視できるため、

$$\epsilon \frac{m_{A'}^2}{m_{\tilde{Z}}^2} \ll \epsilon, \quad (\text{A.15})$$

となる。よって、ダークフォトンの相互作用は以下のように与えられる。

$$\mathcal{L}_{int} \simeq e \epsilon c_W A'_\mu J_{em}^\mu. \quad (\text{A.16})$$

付録B 上限値の求め方

未知の粒子を探索するとき実験の感度は非常に重要である。その実験感度を定量的に示すために、高エネルギー実験では、信号が観測されない場合にも、信頼度 90% あるいは 95% で、観測量の上限値がいくつであったかを報告する。ここでは、事象の係数率、同じ事であるが反応の断面積に対する上限値の求め方について説明する。

具体的には、ある質量の領域に n 個の事象を観測した。期待されるバックグラウンドの個数が別途知られていてその数が b 個でその不定性が σ_b であった時、ある与えられた信頼度に対応する信号の上限値を求めることが課題である。

素粒子反応は確率的に起こるので、 n 個の事象を観測する確率は、ポアソン分布 $P(n|\mu)$ で与えられる。

$$P(n|\mu) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu} \quad (\text{B.1})$$

ここで、 μ は平均の個数である。実験で n 個の事象を観測したということを、推定統計学の言葉で言い換えると、元の母集団（自然）から標本サンプルを取り出した観測事象数が n であったということである。統計学の手法を用いると、この観測量 n から、ある与えられた信頼度 $CL = 1 - \alpha$ で母集団の母数の値 μ (parameter) の領域を推定することができる。

その方法は、大きく普通の統計学の手法である頻度法 (Frequentist 法) とベイズ統計法に分けることができる。ここでは、頻度法の一つである最尤 (ゆう) 度法 (Maximum Likelihood 法) について説明する。最尤度法は有限のバックグラウンドが期待される場合に便利な方法である。以下 Maximum likelihood 法を略して ML 法とよぶことにする。

B.1 ML 法

今一般に上限値を求めたいパラメータを μ として、それ以外にモデルはいくつかのパラメータを持っているとする。今回はそれを代表してバックグラウンドの数 b とする。ML 法によるパラメータ μ の上限値の決定方法は以下の手順になる。

1. Likelihood 関数 $L(\mathbf{x}|\mu, \mathbf{b})$ を設定する。ここで、 \mathbf{x} は観測量のベクトル、 μ は求めたい (母集団) のパラメータ (parameter of interest) である。一方 θ それ以外のパラメータ (nuisance parameters) でバックグラウンドの形状等を表すパラメータを示す。
2. Likelihood 関数の比を定義する。
3. その対数をとって仮説とデータとの差を見積もる統計量 (test static) q_μ とする。
4. test-statistic q_μ の分布関数 $f(q_\mu|\mu b)$ を求める。

5. 分布関数 $f(q_\mu|\mu, b)$ をある q_μ から上の部分を積分するとその面積が α となる。この α は p -value(p) と呼ばれることもある ($p = \alpha$)。したがって $1 - \alpha$ が (仮定の) 信頼度 (CL) となる。 $CL = 1 - \alpha$ 。
6. 分布関数の累積積分の値と信頼度 $1 - \alpha$ の関係式から、その逆関数を求めることにより、ある与えられた信頼度 ($1 - \alpha$) に対応するパラメータ μ の上限値 μ^{up} を求めることができる。

母集団における信号数を μ 、バックグラウンド数を b と、バックグラウンドの誤差を σ_b としたとき、Likelihood 関数は、以下のように 平均値を $(\mu + b)$ とする ポアソン分布関数とバックグラウンドの誤差を表すガウス分布の積で与えられる。ここで n は観測された信号とバックグラウンドの事象数の和で、 m はバックグラウンドの事象数である。

$$L(\mu, b) = \frac{(\mu + b)^n}{n!} e^{-(\mu + b)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_b} \exp\left(-\frac{(m - b)^2}{2\sigma_b^2}\right) \quad (\text{B.2})$$

いま、データから求められる test-stistic の変数として次のような Likelihood の比の対数を定義する。

$$q_\mu = -2 \ln \frac{L(\mu, \hat{b})}{L(\hat{\mu}, \hat{b})} \quad (\text{B.3})$$

ここで、分子の μ は仮定した信号の数で任意の値をとることができる。 \hat{b} は、与えられた μ に対して、 L を最大化する b の値である。一方、分母の $\hat{\mu}$ と \hat{b} はこの Likelihood を最大化する μ と b の値 (estimator) である。変数 q_μ に付けた下付きの μ は q_μ が μ に依存するという意味で、以下 q_μ を $q(\mu)$ と混在して表記することもある。この定義の重要な点は \hat{b} で、個々の μ の値に対して Likelihood を最大にする b の値を求めることにより、 b の系統誤差の影響を自動的に上限値の結果に反映させることができる。

たとえば式 (B.2) の Likelihood 関数に関する $\hat{\mu}, \hat{b}$ は以下のように与えられる。

$$\hat{\mu} = n - m \quad (\text{B.4})$$

$$\hat{b} = m \quad (\text{B.5})$$

$$\hat{b} = \frac{m - \mu - \sigma_b^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{m - \mu - \sigma_b^2}{2}\right)^2 + m\mu + n\sigma_b^2 - \mu\sigma_b^2} \quad (\text{B.6})$$

q_μ はガウス分布の時の χ^2 のような量で次のような性質を持っている。

1. モデル (仮定) とデータの一致の程度を表し、よく一致すれば小さい値で一致が悪いと大きな値になる。
2. q_μ は μ が $\hat{\mu}$ に等しいときに最小値 0 をとる ($q_\mu(\mu = \hat{\mu}) = 0$)。
3. $q(\mu)$ を $\mu = \hat{\mu}$ の周りでテイラー展開すると、以下のように最低点の周りではほぼ2次の関数となる。

$$\begin{aligned} q_\mu(\mu) &= q(\hat{\mu}) + \frac{\partial q}{\partial \mu}(\mu - \hat{\mu}) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial \mu^2}(\mu - \hat{\mu})^2 + \dots \\ &= \left(\frac{\mu - \hat{\mu}}{\sigma}\right)^2 + \mathcal{O}(1/\sqrt{n}) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

ここで、 $q(\hat{\mu}) = 0, \partial q_\mu / \partial \mu|_{\mu=\hat{\mu}} = 0$ を用いた。また、分散 σ は

$$\frac{1}{\sigma^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q_\mu}{\partial \mu \partial \mu} = - \frac{\partial^2 \log L(\mu, b)}{\partial \mu \partial \mu} \quad (\text{B.8})$$

で与えられる。式B.7で右辺の高次の項 \mathcal{O} の項を無視した場合を漸近形 (asymmetric form) を呼ぶ。これは $b \geq 5$ であればいい近似解を与えることが知られている [31]。

式 (B.7) の漸近形を用いた場合、 q_μ の分布関数 $f(q_\mu|\mu)$ は、自由度 1 の χ^2 の分布関数で与えられる。これを Wilks, Wald の原理 [29, 30] と呼ぶ。

すなわち、Wilks の定理により、 q_μ の確率密度関数 (pdf) $f(q_\mu|\mu)$ は

$$f(q_\mu|\mu) = \frac{1}{2} \delta(q_\mu) + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{q_\mu}} e^{-q_\mu/2} \quad (\text{B.9})$$

で与えられる。式B.9の導出は付録C.2を参照のこと。なお、最初の項は上限値を求めることが目的なので下限値を無視していることに対応している。 $(\mu < \hat{\mu}$ の場合に $q_\mu = 0$ とした。)。 μ の信頼度 $CL = 1 - \alpha$ の上限値 μ_{up} は式B.9の q_μ 積分値が α (90% CL では $\alpha = 0.1$)

$$\alpha = \int_{q_\mu^{up}}^{+\infty} f(q_\mu|\mu) dq_\mu \quad (\text{B.10})$$

となる q_μ の値 q_μ^{up} を求め、その q_μ^{up} に対応する μ の値 μ^{up} を式 (B.7) を逆に解くことにより求めればよい。

$$\mu_{up} = \hat{\mu} + \sqrt{q_\mu^{up}} \cdot \sigma \quad (\text{B.11})$$

いま、累積関数 $F(q_\mu|\mu)$ を

$$F(q_\mu|\mu) = \int_{-\infty}^{q_\mu} = \frac{1}{2} + \int_0^{q_\mu} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{q_\mu}} e^{-q_\mu/2} \right) \quad (\text{B.12})$$

と定義すると、 $F(q_\mu|\mu)$ は

$$F(q_\mu|\mu) = \Phi(\sqrt{q_\mu}) \quad (\text{B.13})$$

で与えられる。ここで、 $\Phi(x)$ は累積標準正規関数で次式で与えられる。

$$\Psi(x) = \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}x'^2} dx' \quad (\text{B.14})$$

この $\Phi(x)$ を用いると、関係式

$$\alpha = 1 - F(q_\mu^{up}) = 1 - \Phi(\sqrt{q_\mu^{up}}) \quad (\text{B.15})$$

が成立する。 q_μ^{up} は Φ の逆関数 Φ^{-1} を用いて

$$\sqrt{q_\mu^{up}} = \Phi^{-1}(1 - \alpha) \quad (\text{B.16})$$

より求めることができる。これを式 (B.11) に代入すると、

$$\mu_{up} = \hat{\mu} + \sigma \Phi^{-1}(1 - \alpha) \quad (\text{B.17})$$

という最終結果が得られる。たとえば、 $\alpha = 0.1(0.05)$ の場合 $\Phi^{-1}(1 - \alpha) = 1.28(1.64)$ である。ここで、 σ は式 (B.22) から求めることができる。

B.2 平均の上限值: Asimov データセット

式 (B.17) から分かるように上限値 μ^{up} は ML の最適値 $\hat{\mu}$ に、信頼度から決まる係数に σ を掛けた値である。しかし、 $\hat{\mu}$ は式 (B.17) から分かるように $\hat{\mu} = n - m$ であり、統計的なふらつきの影響を受ける量である。実験の設計で必要な上限値をそのような統計のふらつきを平均した”平均の上限值”である。ここでは、その”平均の上限值”の求め方について説明する。

平均の上限值を求めるために、仮想的に実験を何度も行ったところ、それぞれの実験の最適値 $\hat{\mu}$ が σ で分布し、その平均値が μ' であったとする。この仮想的な実験はモンテカルロで実行可能で、それが”Asimov データセット”と呼ばれている¹。

アシモフデータセットは、仮想的実験を何度も繰り返した結果であって、その i 番目の実験の μ の最適値を $\hat{\mu}_i$ とする。 $i = 1, \dots, N$ 回の実験を行ったとすると、その時の Likelihood 関数 L_A は

$$L_A(\hat{\mu}_i, b) = \prod_i^N \left(\frac{(\hat{\mu}_i + b)^{n_i}}{n_i!} e^{-(\hat{\mu}_i + b)} \cdot \exp\left(\frac{(m_i - b)^2}{2\sigma_b^2}\right) \right) \quad (\text{B.18})$$

で与えられる。これが最大値を取る条件は、その対数を $\hat{\mu}_i$ で微分したものがゼロという条件

$$\begin{aligned} \frac{\partial \log L_A}{\partial \hat{\mu}_i} &= 0 \\ \sum_i^N \left(\frac{n_i}{\hat{\mu}_i} - 1 \right) &= 0 \end{aligned}$$

が成り立つ。したがって $\hat{\mu}_i$ の平均値 μ' は、

$$\mu' = \frac{1}{N} \sum_i^N \hat{\mu}_i = \frac{1}{N} \sum_i^N n_i \quad (\text{B.19})$$

と等しい。このアシモフデータセットを用いて、アシモフ test-statistic $q_{\mu,A}$ を次のように定義する。

$$q_{\mu,A} = -2 \ln \frac{L(\mu, \hat{b})}{L(\mu', \hat{b})} \quad (\text{B.20})$$

分母の $\hat{\mu}$ が μ' と置き変わっていることに注意。

アシモフデータセットでは $\hat{\mu} = \mu'$ なので、

$$q_{\mu,A} \approx \frac{(\mu - \mu')^2}{\sigma_A^2} \quad (\text{B.21})$$

で、 σ_A は、

$$\sigma_A = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \frac{\partial^2 q_{\mu,A}}{\partial \mu \partial \mu}}} \quad (\text{B.22})$$

¹ この名前は SF 作家 Isaac Asimov からきている [32]。

で与えられる。g 以下、同様の議論を繰り返すことにより、信頼度 $1 - \alpha$ の上限値は、式 (B.17) の $\hat{\mu}$ を μ' で置き換えることにより、

$$\text{mean}[\mu_{up}] = \mu' + \sigma_A \Phi^{-1}(1 - \alpha) \quad (\text{B.23})$$

となる。また、その $\pm N \sigma$ のバンドは、

$$\text{band}[\mu_{up}] = \mu' + \sigma_A (\Phi^{-1}(1 - \alpha) \pm N) \quad (\text{B.24})$$

である。

B.3 具体例：バックグラウンドの量とそのエラーが知られている場合の平均上限値

Likelihood が式 (B.2) で与えられる場合には、 σ_A は式 (B.22) から

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma_A^2} &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q_\mu}{\partial \mu^2} \Big|_A = - \frac{\partial^2 \log L(\mu, \hat{b})}{\partial \mu^2} \Big|_A \\ &= \frac{n}{(\mu + \hat{b})^2} \left(1 + \frac{\partial \hat{b}}{\partial \mu} \right)^2 + \left(\frac{-n}{\mu + \hat{b}} + 1 \right) \frac{\partial^2 \hat{b}}{\partial \mu^2} + \frac{1}{\sigma_b^2} \left(\frac{\partial \hat{b}}{\partial \mu} \right)^2 - \frac{(m - \hat{b})}{\sigma_b^2} \frac{\partial^2 \hat{b}}{\partial \mu^2} \Big|_A \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

で求められる。第 2 項以降は \hat{b} の μ へに依存性（式 (B.6)）から出てくる項である。式 (B.6) において σ_p^2 係数の寄与が小さいとして上の結果を導いた。 \hat{b} の μ 依存性によって b のエラー σ_b の効果を上限値に取り組むことができていることが分かる。

アシモフデータセットでは $n = s + b$, $m = b$, $\mu = s$ ととる。今回は信号にどこまで感度があるか知りたいので信号数をゼロ ($\mu' = s = 0$) とおくことにより σ_A は

$$\frac{1}{\sigma_A} = \sqrt{\frac{1}{b} \left(1 - \frac{\sigma_b^2}{b} \right)} \quad (\text{B.26})$$

で与えられる。詳しい計算は付録 C.3 を参照のこと。ここから信頼度 90% の上限の平均値は

$$\text{mean}[\mu_{up}] = 1.28 \sigma_A \quad (\text{B.27})$$

となる。これが最終結果である。

この式の応用範囲の下限は、式 (B.7) の高次の項を無視した漸近形の仮定より $b \sim 5$ である。一方上限は、式 B.26 の平方根の中が正である条件 $(1 - \frac{\sigma_b^2}{b}) \gg 0$ すなわち $\frac{1}{\sqrt{b}} \gg \frac{\sigma_b}{b}$ が満たされる範囲となる。たとえば、 $\frac{\sigma_b}{b} = 0.1$ であれば、 $b \leq 50$ である。 b の値がより大きい場合には、観測分布の形 signal+ background でフィットする事が必要である。

本実験ではこの式を用いて上限値を計算した。漸近形の式 (B.9) が使えないのでコンピュータで数値的に上限値を求める必要がある。

付録C 最尤法の式の導出

C.1 式(B.6)の導出

この式は式(B.2)のlikelihood関数の対数の b による偏微分がゼロという条件から導出できる。すなわち、

$$\begin{aligned}\log(L(\mu, b)) &= n \log(\mu + b) - \mu - b - \log n! - \frac{(m - b)^2}{2\sigma_b^2} \\ 0 = \frac{\partial \log L(\mu, b)}{\partial b} &= \frac{n}{\mu + b} - 1 + \frac{m - b}{\sigma_b^2}\end{aligned}$$

ここで、通分すると

$$n\sigma_b^2 - (\mu + b)\sigma_b^2 + (m - b)(\mu + b) = 0 \quad (\text{C.1})$$

が成り立つので、 b に関する2次方程式

$$b^2 + (\mu - m + \sigma_b^2)b - m\mu + (\mu - n)\sigma_b^2 = 0 \quad (\text{C.2})$$

が得られる。根の公式を用いて、すこし整理すると式(B.6)が得られる。

C.2 式(B.9)の導出

Wilks, Waldの原理[29, 30]により、変数 $Z = \frac{m - \mu}{\sigma}$ が平均値0分散1の標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うことが言える。ここでは、この変数 Z の2乗 $Y = Z^2$ が自由度1の χ^2 分布となることを示す。

$Y = Z^2$ の関係により、一つの Y の値の対して2つの Z の値 $Z = \pm\sqrt{Y}$ が対応するので、確率 P には

$$P(y \leq Y \leq y + \Delta y) = P(z \leq Z \leq z + \Delta z) + P(-z - \Delta z \leq Z \leq -z) \quad (\text{C.3})$$

の関係が成り立つ。いま、 Z の確率分布関数(pdf)を $f_Z(z)$ 、 Y のpdfを $f_Y(y)$ とすると上の関係は、

$$\int_y^{y+\Delta y} f_Y(y') dy' = \int_z^{z+\Delta z} f_Z(z') dz' + \int_{-z-\Delta z}^{-z} f_Z(z') dz' \quad (\text{C.4})$$

と表すことができる。である。ここで右辺の第2項で、 $t = z'$ の変数変換をすると

$$dz' = -dt$$

$$z' : -z - \Delta - z \rightarrow -z \implies t : \Delta + z \rightarrow z$$

より、

$$\int_{-z-\Delta z}^{-z} f_Z(z') dz' = \int_z^{z+\Delta z} f_Z(-t)(-1)(-1) dt \quad (\text{C.5})$$

となる。したがって、式 (C.4) に代入すると関係式

$$\int_y^{y+\Delta y} f_Y(y') dy' = \int_z^{z+\Delta z} (f_Z(z') + f_Z(-z')) dz' \quad (\text{C.6})$$

が成り立つ。 $\Delta y \approx 0$, $\Delta z \approx 0$ の極限を考えると

$$f_Y(y) \delta y = (f_Z(z') + f_Z(-z')) \Delta z \quad (\text{C.7})$$

なので、

$$f_Y(y) = (f_Z(z') + f_Z(-z')) \frac{dz}{dy} \quad (\text{C.8})$$

いま $y = z^2$ なので、 $\frac{dz}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dz}} = \frac{1}{2z}$

$$f_Y(y) = \frac{1}{2\sqrt{y}} (f_Z(\sqrt{y}) + f_Z(-\sqrt{y})) \quad (\text{C.9})$$

が得られる。この式は変数が $Y = Z^2$ の関係にあるどのような分布関数にも適用できる関係式である。より、

$f_Z(z)$ は標準正規ガウス関数

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (\text{C.10})$$

なので、これを式 (C.9) に代入すると、

$$\begin{aligned} f_Y(y) &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{y}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (e^{-\frac{y}{2}} + e^{-\frac{y}{2}}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{y}} e^{-\frac{y}{2}} \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

が得られる。本文の式 (B.9) は $y = q_\mu$ の場合に対応している。しかし、本文では上限値を出すために下限の方を無視しているので δ 関数の分が異なっている。詳しくは文献 [31] を参照のこと。

C.3 式 (B.26) の導出

まず式 (B.26) は以下のように導出される。式 (B.2) の対数をとると

$$\log L(\mu, \hat{b}) = n \log(\mu + \hat{b}) - \mu - \hat{b} - \log n! - \frac{(m - \hat{b})^2}{2\sigma_b^2} \quad (\text{C.12})$$

従って、 μ に関する一次微分は \hat{b} が μ に依存することに注意して

$$\frac{\partial \log L(\mu, \hat{b})}{\partial \mu} = \frac{n}{\mu + \hat{b}} \left(1 + \frac{\partial \hat{b}}{\partial \mu} \right) - 1 - \frac{\partial \hat{b}}{\partial \mu} + \frac{(m - \hat{b})}{\sigma_b^2} \frac{\partial \hat{b}}{\partial \mu} \quad (\text{C.13})$$

と与えられる。これを再度 μ で微分すると式 (B.26) となる。

式 (B.26) の具体的な表式を求めるには式 (B.25) に現れる \hat{b} の微分を計算する必要がある。その準備のために式 (B.6) の平方根の中を D とおく。その D の μ に対する 1 次と 2 次の微分を求めておく。

$$D = \left(\frac{m - \mu - \sigma_b^2}{2} \right)^2 + m\mu + n\sigma_b^2 - \mu\sigma_b^2$$

$$\frac{\partial D}{\partial \mu} = \frac{1}{2}(m + \mu - \sigma_b^2) \quad (\text{C.14})$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial \mu^2} = \frac{1}{2} \quad (\text{C.15})$$

これを用いると \hat{b} の μ に対する 1 次と 2 次の微分は

$$\frac{\partial \hat{b}}{\partial \mu} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{D}} \frac{\partial D}{\partial \mu} \quad (\text{C.16})$$

$$\frac{\partial^2 \hat{b}}{\partial \mu^2} = -\frac{1}{4} D^{-3/2} \frac{\partial D}{\partial \mu} + \frac{1}{2} D^{-1/2} \frac{\partial^2 D}{\partial \mu^2} \quad (\text{C.17})$$

である。以上の値を アシモフデータの場合について求めるには、 $n = s + b$, $m = b$, $\mu = s$ とおき、さらに $s = 0$ とする。以上より、

$$D_A = \frac{(b - \sigma_b^2)^2}{4} + b\sigma_b^2 = \frac{(b + \sigma_b^2)^2}{4}$$

$$\therefore \sqrt{D_A} = \frac{b + \sigma_b^2}{2} = \frac{b}{2}(1 + a) \quad (\text{C.18})$$

ここで表記を簡単にするために

$$a \equiv \frac{\sigma_b^2}{b} \quad (\text{C.19})$$

とおいた。また、

$$\frac{\partial D}{\partial \mu} \Big|_A = \frac{b - \sigma_b^2}{2} = \frac{b}{2}(1 - a) \quad (\text{C.20})$$

なので、 \hat{b} とその 1 次、2 次微分はそれぞれ以下のようにになる。

$$\hat{b}_A = \frac{b - \sigma_b^2}{2} + \frac{b + \sigma_b^2}{2} = b \quad (\text{C.21})$$

$$\frac{\partial \hat{b}}{\partial \mu} \Big|_A = -\frac{1}{2} + \frac{b/2(1 - a)}{2 \cdot (b/2)(1 + a)}$$

$$\approx -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 - a)(1 - a + a^2) = -a + a^2 \quad (\text{C.22})$$

$$\frac{\partial^2 \hat{b}}{\partial \mu^2} \Big|_A = -\frac{1}{4} \left(\frac{(b(1 + a))}{2} \right)^{-3} \left(\frac{b}{2}(1 - a) \right)^2 + \frac{1}{(b/2)(1 + a)} \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{(1 - a)^2}{2b(1 + a)^3} + \frac{1}{2b(1 + a)}$$

$$\approx -\frac{1}{2b} ((1 - 2a + a^2)(1 - 3a + 6a^2) - (1 - a + a^2))$$

$$\approx -\frac{1}{2b} (1 - 5a + 6a^2 + a^2 + 6a^2 - 1 + a - a^2) = \frac{2a}{b}(1 - 3a) \quad (\text{C.23})$$

以上を式 (B.25) に代入する。まず、アシモフの条件 $m = b, n = s + b = b, \mu = 0$ を代入することにより

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma_A^2} &= \frac{n}{(\mu + \hat{b})^2} \left(1 + \frac{\partial \hat{b}}{\partial \mu}\right)^2 + \left(\frac{-n}{\mu + \hat{b}} + 1\right) \frac{\partial^2 \hat{b}}{\partial \mu^2} + \frac{1}{\sigma_b^2} \left(\frac{\partial \hat{b}}{\partial \mu}\right)^2 - \frac{(m - \hat{b})}{\sigma_b^2} \frac{\partial^2 \hat{b}}{\partial \mu^2} \Big|_A \\ &= \frac{1}{b} \left(1 + \frac{\partial \hat{b}}{\partial \mu}\right)^2 + \left(\frac{-b}{b} + 1\right) \frac{\partial^2 \hat{b}}{\partial \mu^2} + \frac{1}{ba} \left(\frac{\partial \hat{b}}{\partial \mu}\right)^2 - \frac{(b - b)}{ab} \frac{\partial^2 \hat{b}}{\partial \mu^2} \Big|_A \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

ここで分かるように、第2項と第4項の係数はゼロとなる。また、 σ_b^2 を $ba = \sigma_b^2$ で置き換えたことに注意。結局 $\partial \hat{b} \partial \mu$ が解ればよいので、式 (C.22) の結果を代入することにより

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma_A^2} &= \frac{1}{b}(1 - a + a^2)^2 + \frac{1}{ba}(-a + a^2)^2 \\ &\approx \frac{1}{b}(1 - 2a + 2a^2 + a - 2a^2) = \frac{1}{b}(1 - a) \\ &= \frac{1}{b} \left(1 - \frac{\sigma_b^2}{b}\right) \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

となり、式 (B.26) が導出できた。

参考文献

- [1] F.Zwicky, "Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln" *Helvetica Physica Acta*, 6, 110-127 (1933)
- [2] E.Corbelli and P.Salucci "The extended rotation curve and the dark matter halo of M33" *RAS, MNRAS* 311, 441 (2000)
- [3] D.Clowe *et al.*, "A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter" *Ast. Journal* 648, (2006) 109
- [4] Bennett, C.L. *et al.*, "Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations" 2013, *ApJS.*, 208, 20B
- [5] M.Bauer and T.Plehn, *Lect. Notes Phys.* **959**, pp. (2019) doi:10.1007/978-3-030-16234-4 [arXiv:1705.01987 [hep-ph]].
- [6] M. Battaglieri *et al.*, arXiv:1707.04591 [hep-ph].¹
- [7] C. Alcock *et al.*, *ApJ* 542, 281 (October 2000).
- [8] C. Afonso *et al.*, *A&A* 400, 951 (March 2003).
- [9] J. Alexander *et al.*, arXiv:1608.08632 [hep-ph].
- [10] M. Schumann, *J. Phys. G* **46**, no. 10, 103003 (2019) doi:10.1088/1361-6471/ab2ea5 [astro-ph.CO]].
- [11] L. Roszkowski, E. M. Sessolo and S. Trojanowski, *Rept. Prog. Phys.* **81**, no. 6, 066201 (2018) doi:10.1088/1361-6633/aab913 [arXiv:1707.06277 [hep-ph]].
- [12] E. Izaguirre, G. Krnjaic and B. Shuve, *Phys. Rev. D* **93**, no. 6, 063523 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.93.063523 [arXiv:1508.03050 [hep-ph]].
- [13] Y. Hochberg, E. Kuflik and H. Murayama, *JHEP* **1605**, 090 (2016) doi:10.1007/JHEP05(2016)090 [arXiv:1512.07917 [hep-ph]].
- [14] Y. Hochberg, E. Kuflik and H. Murayama, *Phys. Rev. D* **97**, no. 5, 055030 (2018) doi:10.1103/PhysRevD.97.055030 [arXiv:1706.05008 [hep-ph]].

¹2017年の時点では、 $15M_{\odot}$ 程度までの質量のMACHOがダークマターである仮説は棄却されている。しかしそれ以上の重いものがダークマターになっている仮説は残っており、(p.99 図26) こうした重い天体の量の決定には、天文観測での重力マイクロレンズによる観測は意義があるとの見解が共有されている。

- [15] E. Kuflik, M. Perelstein, N. R. L. Lorier and Y. D. Tsai, JHEP **1708**, 078 (2017) doi:10.1007/JHEP08(2017)078 [arXiv:1706.05381 [hep-ph]].
- [16] A. Berlin, N. Blinov, G. Krnjaic, P. Schuster and N. Toro, Phys. Rev. D **99**, no. 7, 075001 (2019) doi:10.1103/PhysRevD.99.075001 [arXiv:1807.01730 [hep-ph]].
- [17] J. P. Lees *et al.* [BaBar Collaboration], Phys. Rev. Lett. **119**, no. 13, 131804 (2017) doi:10.1103/PhysRevLett.119.131804 [arXiv:1702.03327 [hep-ex]].
- [18] E. Kou *et al.* [Belle-II Collaboration], PTEP **2019**, no. 12, 123C01 (2019) doi:10.1093/ptep/ptz106 [arXiv:1808.10567 [hep-ex]].
- [19] B. Holdom, Phys. Lett. B **166**, 196 (1986).
- [20] E. Izaguirre, G. Krnjaic and B. Shuve, Phys. Rev. D **93**, no. 6, 063523 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.93.063523 [arXiv:1508.03050 [hep-ph]].
- [21] SuperKEKB. (Jun 23, 2014). SuperKEKB Design Report, Retrieved December 22, 2019, from <https://kds.kek.jp/indico/event/15914/>
- [22] Y. Ohnishi, "Accelerator design at SuperKEKB" Prog. Theor. Exp. Phys. (2013) 03A011 17
- [23] T.Abe *et al.*(BelleII Collaboration), "BelleII Technical Design Report" arXiv:1011.0352 (2010)
- [24] JAHEP. (2013). Belle II CDC, Retrieved December 25, 2019, from <http://www.jahep.org/hepnews/2014/13-4-3-BelleIICDC.pdf>
- [25] JAHEP. (2014). Belle II 電磁カロリメーター (ECL), Retrieved December 25, 2019, from <http://www.jahep.org/hepnews/2014/14-2-6-BelleIIECL.pdf>
- [26] JAHEP. (2014). Belle II KLM, Retrieved December 25, 2019, from <http://www.jahep.org/hepnews/2014/14-1-4-BelleIIKLM.pdf>
- [27] T.Kuhr *et al.*(BelleII Framework Software Group), "The Belle II Core Software"
- [28] E.Kou *et al.*, "The Belle II Physics Book (Draft v1.0)" Prog. Theor. Exp. Phys. 2018, 00000 (681)
- [29] "The large-sample distribution of the likelihood ratio for testing composite hypotheses", S.S. Wilks, Ann. Math. Statist. **9**, 60 (1938).
- [30] "Test of Statistical Hypotheses Concerning Several Parameters When the Number of Observable is Large", Transaction of the American Mathematical Society, A. Wald, **54**, 426 (1943).

- [31] “Asymptotic formulae for likelihood-based tests of new physics”, G. Cowan, K. Granmer, E. Gross, O. Vitells, Eur. Phys. J. C **71**, 1 (2011), arxiv:1007.1727.
- [32] “Franchise, in Isaac Asimov: The Complete Stories”, I. Asimov, Vol. 1, Broadway Books, 1990.
- [33] バーバラ・ライデン, ”宇宙論入門” 桐原書店
- [34] S.Matsumoto, ”Dark Matter Study as a Bridgehead for New Physics Exploration” Kavli IPMU News No.45 March 2019 from https://www.ipmu.jp/sites/default/files/imce/news/45_E_Feature_TeaBreak.pdf
- [35] 林井 久樹, (November 2019). from <https://drive.google.com/file/d/113x7Rmz1RmXzTYBN0OH9WCtn17tYVd4q/view>
- [36] Takashi Shimomura, (November 2019). ”Dark Sector” from <https://indico.rcnp.osaka-u.ac.jp/event/1383/contributions/6176/attachments/5188/6169/FPW2019-shimomura.pdf>
- [37] 加納 美佳, (December 2019). ”SuperKEKB 加速器第二期試験運転における BelleII 実験電磁カロリメータでの放射線量測定” from http://webhepl.cc.nara-wu.ac.jp/old_HP/thesis/master/2018kano/kanomika_mthesis.pdf

謝辞

本研究に際して、お世話になりました方々にお礼申し上げます。

はじめに、この様な興味深い研究に携わる機会を与えて下さった高エネルギー物理学研究室の林井先生、宮林先生、下村先生、蜂谷先生に深く感謝致します。丁寧なご指導を頂きました指導教官の林井先生には、物理の楽しさ、解析手法や論理的思考など今後の人生の糧となるものを沢山お教え頂きました。お忙しい中でも相談に乗って頂き、ここまで研究を進めて来られたのは林井先生の御尽力あってのことです。宮林先生には、研究環境の整備から日々の助言など常に気にかけて頂き、助けて頂きました。下村先生、蜂谷先生にも、本研究とは違った視点からのご指摘、ご指導を頂きました。先生方にはこの場を借りて深くお礼申し上げます。Belle II Collaborationのスタッフ、学生の皆様にも大変お世話になりました。

同期の釜野さん、鈴木さん、藤井さん、港さんには多くの励ましや刺激を頂き、私の研究生生活において皆さんは欠かせない存在でありました。心よりお礼申し上げます。

また、有意義な学生生活を送ることができたのは、常に支えてくれた家族の存在があったからです。本当にありがとうございました。

最後に、お世話になった全ての方々に深謝し、謝辞とさせていただきます。