

2020 年度 修士学位論文

BelleII 実験における $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0$ の生成反応を用いた π 中間子遷移構造関数の測定

奈良女子大学大学院 人間文化総合研究科 数物科学専攻
物理学コース 高エネルギー物理学研究室

学籍番号 19810018
修士 2 回生 青山美嶺

2021 年 2 月 28 日

概要

本修士論文では、茨城県つくば市の大学共同利用法人高エネルギー加速器研究機構 (KEK) で稼働している、高輝度電子・陽電子加速器 (SuperKEKB) と粒子検出器 (Belle II 測定器) で収集されたデータを用いて、重心系のエネルギー 10.6 GeV の高エネルギー電子・陽電子衝突において、終状態に一つの散乱電子と一つの π^0 のみが観測される反応、

$$e^- + e^+ \rightarrow e^- + (e^+) + \pi^0 \quad (1)$$

について研究した結果について報告する。終状態のもう一つの電子 (あるいは陽電子) はビーム軸方向に散乱されているので、検出器では観測されない。このようなシングルタグの条件で、1 個の中性 π 中間子のみが生成された反応を検出し、その微分断面積を測定するのが本研究の目的である。この微分断面積は光子から π 中間子への遷移構造関数 $F_{\pi\gamma}(Q^2)$ のみで決まっており、測定結果からこの構造関数 $F_{\pi\gamma}(Q^2)$ の決定が可能である。ここで Q^2 はビームと散乱電子 (陽電子) との運動量移行である。 $F_{\pi\gamma}(Q^2)$ はクォークと反クォークの束縛状態である π 中間子の振幅 (波動関数) を知るのに最も適した観測量である。また、種々のハドロン構造関数のなかで最も簡単な構造関数であるため理論的にも興味深い対象である。2019 年と 2020 年春に収集した Belle II 実験の初期のデータについて解析した結果、本反応過程が抽出されたことを示すきれいな π^0 信号を観測することができ、そこから導出した微分断面積が $Q^2 \approx 10 \text{ GeV}^2$ の領域で、先行研究の結果を良く再現することを確認した。また、解析過程で今後改良が必要ないいくつかの課題を明確にした。

目次

第 1 章	序論	5
1.1	素粒子の標準理論	5
1.2	ハドロン物理	5
1.3	量子色力学	6
1.4	研究課題	8
1.5	中間子遷移構造関数の理論背景	9
1.6	先行実験の結果	10
1.7	本研究の課題	12
第 2 章	Belle II 実験	13
2.1	SuperKEKB 加速器	13
2.2	Belle II 測定器	15
2.3	トリガーシステム	22
第 3 章	電子、陽電子衝突におけるシングル π^0 生成反応 $e^\pm e^\mp \rightarrow e^\pm(e^\mp)\pi^0$ の測定	28
3.1	電子、陽電子衝突におけるシングル π^0 生成反応 $e^\pm e^\mp \rightarrow e^\pm(e^\mp)\pi^0$ の特徴	28
3.2	シングル π^0 生成反応 $e^\pm e^\mp \rightarrow e^\pm(e^\mp)\pi^0$ に対するバックグラウンド (背景事象)	30
3.3	使用した実験データ	35
3.4	モンテカルロ・シミュレーション	35
3.5	信号事象の選別	36
3.6	事象選別条件によるイベント数の変化のまとめ	47
3.7	最終選別に残った事象に対する 2 光子不変質量 ($M_{\gamma\gamma}$) 分布	47
3.8	検出効率	50
3.9	Q^2 の分解能	53
第 4 章	電子、陽電子衝突におけるシングル π^0 生成反応 $e^\pm e^\mp \rightarrow e^\pm(e^\mp)\pi^0$ の反応断面積の測定	55
4.1	信号数の決定	55
4.2	データのフィット結果	59
4.3	微分断面積の測定	63
第 5 章	まとめと今後	66
付録 A	実験データ、シグナル MC、BHWIDE MC、TEGG MC の他の分布	69
A.1	調べた変数の説明	69
A.2	実験データのスキム条件が入った後の様々な変数の分布	72
A.3	シグナル MC のスキム条件が入った後の様々な変数の分布	73
A.4	BHWIDE MC のスキム条件が入った後の様々な変数の分布	74
A.5	TEGG MC のスキム条件が入った後の様々な変数の分布	75

A.6	実験データに対して全ての選別条件を課した後の様々な変数の分布	76
A.7	シグナル MC に対して全ての選別条件を課した後の様々な変数の分布	77
A.8	BHWIDE MC に対して全ての選別条件を課した後の様々な変数の分布	78
A.9	TEEGG MC に対して全ての選別条件を課した後の様々な変数の分布	79
付録 B	トリガーのオンラインモニター	80
B.1	オンラインモニターの開発	80
B.2	実験での実装	84
B.3	まとめ	85
付録 C	オフラインデータを用いたオンライントリガー検出効率の評価	87
C.1	目的	87
C.2	評価したオンライントリガーの名前と説明と使ったサンプルと解析方法	87
C.3	使ったサンプル	88
C.4	解析方法	88
C.5	各効率の計算方法	88
C.6	オフラインで求めたトリガー効率の run 依存性	89
C.7	オフラインデータを用いてトリガー効率を評価したまとめ	89
C.8	ϕ の領域の依存性	91
C.9	効率 fff の残り 2% の inefficiency の調査	92
C.10	効率 ffb について	93
付録 D	ffo の検出効率	94
D.1	目的	94
D.2	使ったサンプルと解析方法	94
D.3	exp12 における ffo 検出効率	96
D.4	まとめ	101
付録 E	AdS/QCD 対応とメソン分布関数	102
E.1	アンチド・ジッター空間	102
E.2	Light Front QCD	103
E.3	ライトフロント座標による中間子状態の表示	104
E.4	Light-Front QCD とハドロンスペクトラム	106
E.5	中間子の LightFront ホログラフィックモデル	107
E.6	π 中間子遷移構造関数	108

第 1 章 序論

1.1 素粒子の標準理論

素粒子の標準理論とは、自然界を構成する物質の最小単位である素粒子とそれらの間に働く力を記述する理論的な枠組みのことである。それは最初の素粒子である電子の発見がされた 1897 年から約 70 年後の 1970 年代後半に体系化された。図 1 に、標準理論に登場する素粒子の一覧を示す。素粒子はおおまかに、物質を構成する素粒子、力を媒介する素粒子、質量を与える素粒子に分けることができる。物質を構成する素粒子は、クォークとレプトンの二種類に分けられ、クォークはハドロンや原子核を構成する力である強い力を感じることができる。一方、レプトンは強い力を感じない。2012 年に LHC で最後の未発見の素粒子であったヒッグス粒子が発見され、標準理論に登場する素粒子はすべて発見された。標準理論は、自然界を支配してきた 4 つの力、「電磁気力」、「弱い力」、「強い力」、「重力」のうちの重力を除く 3 つの力を記述する理論である。電磁気力と弱い力は、両方を統一した電弱理論で記述され、強い力は量子色力学 (QCD) で記述される。標準理論は、これまで実施された様々な素粒子実験の結果を良く説明する理論として知られている。しかしながら、宇宙に存在する暗黒物質や宇宙加速膨張等宇宙で観測されている現象は標準理論の枠内では理解できない。それらを含めてより広い現象を統一的に記述できるような理論を求めて、現在、実験と理論の両方の側面で標準理論を越える現象の探索やより高度の統一を探る研究がすすめられている。たとえば、標準理論で扱う 3 つの力が非常に高いエネルギーではもともと一つの力であったとする大統一理論やその理論に重力を加えた超弦理論の提唱がされている。現在のところそこで期待される粒子や陽子崩壊のような現象は、未発見である。



図 1 素粒子標準模型の図

1.2 ハドロン物理

ハドロンは、陽子や中性子、パイオンや K 中間子のこと、一般に強い相互作用に関わる粒子の総称である。ハドロンには、クォーク 3 つで構成されフェルミ粒子であるバリオンと、クォークと反クォークの 2 つで

構成されボース粒子であるメソンの二種類が知られている。ハドロン物理学の究極の目標は、これらの粒子の性質を、強い力の基本理論である量子色力学を用いてクォークの多体系として説明することである。

1.2.1 パイ中間子

パイ中間子はスピンのゼロで、湯川博士によって原子核を結び付けている力（核力）を説明するために 1934 年に存在が予言、1935 年に「中間子論」としてまとめられた最も軽い中間子である。パイ中間子は 1947 年にパウエル等による実験で宇宙線中に発見された。パイ中間子は、原子核を安定させるために核力を媒介する粒子という役割も担っている。パイ中間子には三種類あり、電荷が中性のものを π^0 、電荷が +1 のものを π^+ その反粒子で電荷が -1 のものを π^- と呼ぶ。表 1 にパイ中間子の性質をまとめる。荷電パイ中間子は、自然界で、高エネルギー宇宙線が大気中の原子核と衝突し、生じた二次宇宙線中に K 粒子、陽子に混じって生成される。荷電 π 中間子の寿命は 10^{-8} 秒であるため、地上で観測される宇宙線の主成分は荷電 π 中間子が崩壊した $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu_\mu$ 結果生成される μ 粒子である。パイ中間子は悪性腫瘍の治療へ用いられることもある。

表 1 パイ中間子

名前	記号	反粒子	構成	質量 [MeV]	量子数	平均寿命 [s]	主な崩壊モード
π 中間子	π^\pm	π^\mp	$u\bar{d}$	140	$I^G(J^P) = 1^-(0^-)$	2.6×10^{-8}	$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu_\mu$ 99.99 %
	π^0	π^0	$\frac{u\bar{u}-d\bar{d}}{\sqrt{2}}$	135	$I^G(J^{PC}) = 1^-(0^{-+})$	8.4×10^{-17}	$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 98.82 % $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$ 1.17 %

1.3 量子色力学

量子色力学 (QCD) は Quantum Chromodynamics の略であり、ハドロンを構成するクォークの強い力を記述するゲージ理論で、「色荷」をもちいてクォーク間に働く力を記述する。「色荷」とは、赤 (R)、青 (B)、緑 (G) を合わせると白になる光の三原色をなぞらえ、各クォークが赤、青、緑のうちどれか一つの色を持っている。3 つを合わせると「0」になる性質がある。色荷はカラーとも呼ばれる。クォーク粒子の反粒子である反クォークは、それぞれの補色（反赤： \bar{R} 、反青： \bar{B} 、反緑： \bar{G} ）の色を持っている。バリオンは 3 つのクォークから構成され、メソンは二つのクォークと反クォークから構成されているので、両方とも「0」の状態である。量子色力学では、ハドロン内部の強い力を伝える粒子はグルーオンと呼ばれ、質量はゼロで、 $R\bar{G}, R\bar{B}, G\bar{R}, G\bar{B}, B\bar{R}, B\bar{G}, \sqrt{\frac{1}{2}}(R\bar{R}-G\bar{G}), \sqrt{\frac{1}{6}}(R\bar{R}+G\bar{G}-B\bar{B})$ の組み合わせからなる 8 種類の色を持っている。

QCD には距離が小さくなる（エネルギースケールが大きくなる）についで、クォーク等の粒子間に生じる力が弱くなる性質があり、それを漸近的自由と呼ぶ。一方、低エネルギーで距離が長くなると、グルーオン等のカラーはハドロン中に閉じ込められ、クォーク単独では取り出すことができない。例えばメソンを構成している二つのクォークを引きはがそうとすると、それぞれのクォーク、反クォークともにカラーを持っており、お互い引き合い、カラー力線はゴム状のように力を蓄え、そのうち、そのエネルギーが真空から新しいクォークと反クォークを作ることができるエネルギーまで引っ張ると、ちぎった瞬間に、クォーク対が生成される。これを「クォークの閉じ込め」と呼ぶ。クォークやグルーオンはハドロン中に閉じ込められており、単

独でカラーをもつ素粒子はまだ発見されていない。^{*1}

高エネルギーのハドロンが関与する現象は量子色力学でよく記述できることが知られている。図2に様々な高エネルギーハドロン反応から求められたクォークとグルーオンの結合定数 α_s とエネルギースケール Q との関係を示す。エネルギースケールの Q が大きくなると、結合定数が小さくなる（漸近的自由になる）ので摂動論による精度のよい計算が可能になる。これに対して、低エネルギー状態（ Q の小さい所）では、 $\alpha_s(Q^2)$ が大きく、計算しきれない非摂動の効果が大きくなり、QCD による予言が難しくなる。数 GeV 以下の低エネルギーの領域はクォークの閉じ込め、ハドロン物理、ひいては原子核物理に関係していて応用範囲が広く非常に興味深い領域である。このような低エネルギー現象を第1原理の QCD から解析的に理解することは難しく現代の最も重要な素粒子物理の課題の一つである。現在、計算機による格子 QCD によるハドロンの理解や、u, d クォークが軽いことを利用したカイラル QCD, 和則、ライトフロント QCD 等解析的にハドロンを理解する様々な試みが提案されている。特に、弦理論からの類推で、重力理論/QCD 対応を用いて低エネルギーの現象を理解する試みが近年注目されている。

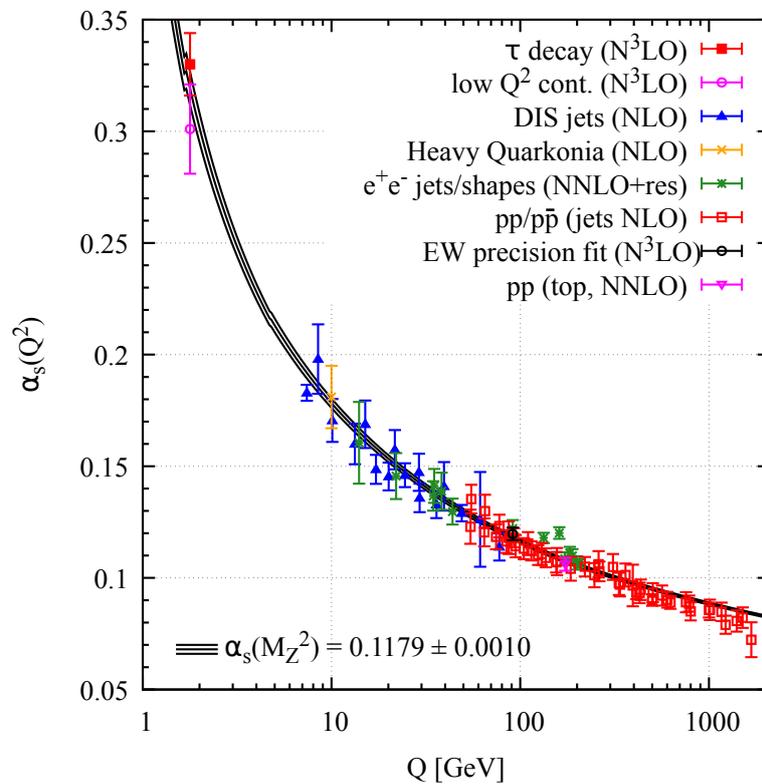


図2 強い力の結合定数 $\alpha_s(Q^2)$ の世界平均 [3]

^{*1} 宇宙初期のような超高温長密度の媒質中では、閉じ込め状態から解放され、QGP と呼ばれる新たな相が現れると予想されている。

1.4 研究課題

本研究では、式 (2) の反応によって終状態に π^0 が生成する過程を研究する。この過程は、図 3 に示すように 2 つの光子の衝突により生成される反応

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0 \quad (2)$$

ともみなすことができる。測定はシングルタグモード、すなわち、一個の散乱電子*2 (タグ電子) を測定器で検出し、もう一方の電子が (untagged 電子) が小さい角度でビーム軸方向に散乱するモード、で行い、その散乱断面積を測定することが研究課題である。 π^0 信号は 2 つの光子への崩壊を用いて同定する。観測した (タグした) 電子は off-shell の仮想光子 (γ^*) を放出し、その 4 元運動量移行は $q^2 = -Q^2 = (p - p')$ で与えられる。ここで、 p はビームの 4 元運動量、 q' はタグした電子の 4 元運動量である。タグしていない電子への運動量移行はほぼゼロでそこで放出される光子は実光子とみなすことができる。そのため本過程は図 3 のように、実光子と電子の散乱による π^0 中間子生成反応 ($e^-\gamma \rightarrow \pi^0 e^-$) とみることにもできる。 π^0 生成の

$$\frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0)}{dQ^2}$$

微分断面積は $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$ 過程を記述する π 中間子遷移構造関数 (π TFF) と呼ばれる一つの構造関数 $F_{\pi/\gamma}(Q^2)$ でのみ記述できることが知られている。この構造関数と $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0$ 反応の断面積との関係は参考文献 [2] の式 (2.1) と式 (4.5) に与えられている。

具体的には、

$$d\sigma = \left(\frac{\alpha}{2\pi^2}\right)^2 \frac{1}{E^2} \int \frac{d^3p'_1}{E'_1} \int \frac{d^3p'_2}{E'_2} \left(\frac{1}{k_1^2 k_2^2}\right)^2 \left(2p_1^\mu p_1^\nu + \frac{1}{2}k_1^2 g^{\mu\nu}\right) \left(2p_2^\alpha p_2^\beta + \frac{1}{2}k_2^2 g^{\alpha\beta}\right) \times \frac{1}{8} M_{\mu\alpha}^\dagger M_{\nu\beta} d\tilde{\Gamma},$$

$$M_{\mu\nu} = i \int d^4x e^{-ik_1x} \langle X | T^*(J_\mu(x) J_\nu(0)) | 0 \rangle$$

$$d\tilde{\Gamma} \equiv (2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 - p_X) d\Gamma,$$

ここで、 $d\Gamma = \prod_i [\rho_i d^3q_i (2\pi)^{-3}]$ は状態 X (ここでは π^0) の位相空間である。ここで、 ρ_i は粒子 i がボソンのときは $1/2E_i$ 、フェルミオンの時は m_i/E_i である。 p_1^μ, p_2^μ は入射 e^\pm の 4 元運動量、 $k_1 k_2$ は e^\pm から放出された光子の 4 元運動量、 p'_1, p'_2 は散乱 e^\pm の 4 元運動量である。 $M_{\mu\nu}$ は $\gamma + \gamma \rightarrow X(\pi^0)$ 過程の散乱行列要素である。

上式の $(2p_1^\mu p_1^\nu + \frac{1}{2}k_1^2 g^{\mu\nu}) (2p_2^\alpha p_2^\beta + \frac{1}{2}k_2^2 g^{\alpha\beta}) \times \frac{1}{8} M_{\mu\alpha}^\dagger M_{\nu\beta} d\tilde{\Gamma}$ は次式のように書き換えることができる。

$$2g^2 B |F|^2 \times 2\pi \delta((k_1 + k_2)^2 - m_\pi^2),$$

*2 本論文では特にこだわらない限り電子と陽電子をまとめて”電子”と呼ぶ

$$\begin{aligned}
B &= \frac{1}{4}k_1^2 k_2^2 B_1 - 4B_2^2 + m_e^2 B_3, \\
B_1 &= (4p_1 \cdot p_2 - 2p_1 \cdot k_2 - 2p_2 \cdot k_1 + k_1 \cdot k_2)^2 \\
&\quad + (k_1 \cdot k_2)^2 - k_1^2 k_2^2 - 16m_e^4 \\
B_2 &= (p_1 \cdot p_2)(k_1 \cdot k_2) - (p_1 \cdot k_2)(p_2 \cdot k_1), \\
B_3 &= k_1^2 (2p_1 \cdot k_2 - k_1 \cdot k_2)^2 \\
&\quad + k_2^2 (2p_2 \cdot k_1 - k_1 \cdot k_2)^2 + 4m_e^2 (k_1 \cdot k_2)^2.
\end{aligned}$$

$F = F(Q_1^2, Q_2^2)$ は本論文で議論している遷移構造関数である。

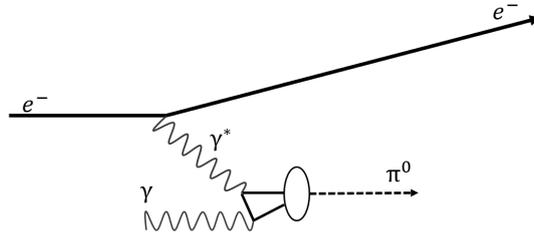


図3 $e^- \gamma \rightarrow \pi^0 e^-$ 反応のファインマンダイアグラム

1.5 中間子遷移構造関数の理論背景

本過程の重要性は、今から約40年前にLapageとBrodsky[4]や他の研究者[5]らによって指摘された。その指摘によれば、十分高い Q^2 の領域において、TFFは、摂動論的QCD(pQCD)によって取り扱うことが可能で、 π TFFはハードな $\gamma\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ 散乱を記述する散乱振幅と非摂動論的な π 中間子の分布振幅(Distribution Amplitude:DA) $\phi_\pi(x, Q^2)$ で与えられる。 α_s の最低次の近似で $F_{\pi\gamma}(Q^2)$ は

$$\begin{aligned}
Q^2 F_{\pi\gamma}(Q^2) &= \frac{4f_\pi^{BL}}{\sqrt{3}} \int_0^1 dx \left[\frac{\phi_\pi^{BL}(x, \bar{x}Q)}{\bar{x}} + \mathcal{O}(\alpha_s) \right], \\
\left(Q^2 F_{\pi\gamma}(Q^2) \right) &= \frac{\sqrt{2}f_\pi^{PG}}{3} \int_0^1 \frac{dx}{x} \phi_\pi^{PG}(x, Q^2) + \mathcal{O}(\alpha_s)
\end{aligned} \tag{3}$$

で与えられる。ここで x は仮想光子(γ^* にヒットされた π 中間子中のクォークの持つ縦運動量と π 中間子の運動量との比で、 $\bar{x} = 1 - x$ は、それ以外のクォークの運動量比である。なお、パイオン分布振幅 $\phi_\pi(x, Q^2)$ の定義は、文献ごとに違いが見られるので、以下、LapageとBrodskyの定義をインデックス(BL)で、他の文献で使われている表示をカッコ内で示してインデックス(PG)をつけて区別できるようにした。なお、 f_π はパイオンの崩壊定数で、 $f_\pi = f_\pi^{PG} = \sqrt{2}f_\pi^{BL} = 0.131\text{MeV}$ である*3。2つの式には、被積分関数の分母が x と \bar{x} で異なっていることや、 Q に係数 \bar{x} をつけるかつけないか微妙に違いがある。

*3 この値は荷電パイオンの崩壊率 $\pi^- \rightarrow \mu\nu_\mu$ から決められている。また、 $f_\pi^{BL} = 0.92\text{ GeV}$ である。

pQCD によれば、高い (Q^2) の極限での分布振幅の値が知られており、それは

$$\phi^{BL,asym} = \phi^{LB}(x, Q^2 \rightarrow \infty) = \sqrt{3}f_{\pi}^{LB}x(1-x) \quad (4)$$

$$(\phi^{PG,asym} = \phi^{PG}(x, Q^2 \rightarrow \infty) = 6f_{\pi}^{PG}x(1-x)) \quad (5)$$

で与えられる。これが漸近解 (asymptotic) または Brodsky-Lapage 解と呼ばれている。これを用いると $Q^2 \rightarrow \infty$ で $Q^2 F_{\pi\gamma}(Q^2)$ は、一定値

$$\lim_{Q^2 \rightarrow \infty} Q^2 F_{\pi\gamma}(Q^2) = 2f_{\pi}^{BL} = 0.184\text{GeV} \quad (6)$$

$$(\quad = \sqrt{2}f_{\pi}^{PG} = 0.185\text{GeV}^2) \quad (7)$$

に近づくことを pQCD は予言する。

1.6 先行実験の結果

反応式 (2) で表されるシングルタグによる π^0 生成過程の断面積はこれまでに CELLO[7], CLEO[6], BaBar[8], Belle[9] の 4 つの実験グループから報告されている。これらの実験で測定された断面積から導出した π 中間子遷移構造関数 $F_{\pi\gamma}(Q^2)$ の Q^2 依存性を図 4 に示す。CELLO は Q^2 で $0.7 - 2.2\text{GeV}^2$ を CLEO は $1.6 - 8.0\text{GeV}^2$ の領域を測定し、BaBar と Belle は $4 - 40\text{GeV}^2$ の領域をカバーしている。

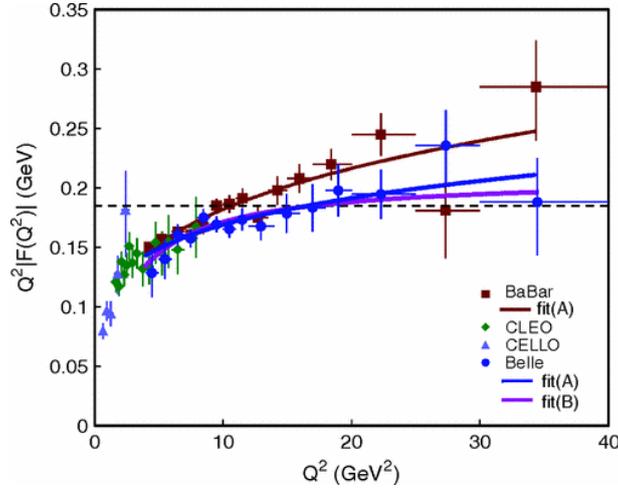


図 4 これまでの π^0 遷移構造関数の実験結果。各実験の出所は表 2 を参照。

表 2 π 遷移構造関数を測定した先行実験のリスト

実験グループ名	$Q^2[\text{GeV}]$ 領域	積分ルミノシティ $\int \mathcal{L} dt[\text{fb}^{-1}]$	Ref
CELLO	0.7-2.2	0.86	[7]
CLEO	1.6-2.2	2.88	[6]
Babar	4-40	442	[8]
Belle	4-40	759	[9]

図4中の点線は pQCD が予言する $Q^2 \rightarrow \infty$ での漸近解である。CELLO と CLEO のデータは Q^2 の増加に従ってこの漸近解に近づいているが、BaBar の結果は、それを越えており、さらに pQCD の予想に反して、 Q^2 が増加するに従って $Q^2 F_{\pi\gamma}(Q^2)$ が Q^2 とともに増加しているように見える。その後、報告された Belle の結果には、BaBar 実験のような顕著な上昇は見られないが、どちらの実験結果も測定誤差が大きい。BaBar のデータが報告された当時、その解釈をめぐる様々可能性が議論され、パイオン分布振幅 $\phi_\pi(x, Q^2)$ に関する様々なモデルが提案された。これに関する詳細はレビュー [10] に詳しい。その中で議論された代表的なパイオン分布振幅 (DA) 例を図5に示す。

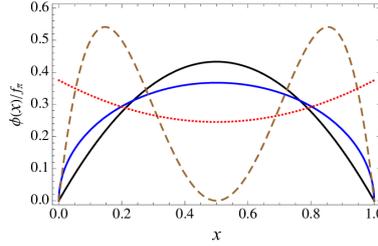


図5 π 中間子分布振幅 (DA) $\phi_\pi(x, Q^2)$ に関する様々な予言

以下、図5の4つの線について説明する。

1. 実線 (黒)

漸近解と言われる $Q^2 \rightarrow \infty$ に pQCD で予想されるパイオン DA で、具体的な形は式 (4) に与えた。

$$\phi^{Asym}(x, Q) = \sqrt{3} f_\pi^{BL} x(1-x) \quad (8)$$

2. 実線 (青)

AdS/QCD 対応と呼ばれる「重力と QCD との対応」から求まるイオン DA で、関数形は

$$\phi^{AdS/QCD}(x, Q) = \frac{4}{\sqrt{3}\pi} f_\pi^{BL} \sqrt{x(1-x)} \quad (9)$$

で与えられる。漸近解と同様に $x = 0.5$ でピークを持つが、漸近解よりも幅が広いのが特徴である。

3. ダッシュ線

BaBar の実験結果を pQCD の枠内で説明するために Chetilkina らによって導入された関数で、 x の小さいところと大きいところでピークを持つ。関数形は、

$$\phi^{CZ}(x, Q) = 5\sqrt{3} f_\pi^{BL} x(1-2x)^2 \quad (10)$$

4. 実線 (赤)

同じく BaBar の実験結果を pQCD の枠内で説明するために導入された解で、 $x \sim 0$ と $x \sim 1$ で値が大きくなる形である。しかし、 $x = 0$ と $x = 1$ でパイオン DA が有限な値を持つと遷移振幅を求める積分が発散するので、その部分はカットで除かれている。

以上のように、さまざまな形のパイオン DA が提案されているが、現在の実験精度内ではどの関数形も可能である。

1.7 本研究の課題

上に述べたように、中間子の分布振幅は、高エネルギーのエキスクルーシブ反応を記述する目的で 1990 年の初めに導入された概念であり、クォークからハドロンへの量子力学的な遷移振幅を表している。DA は π 中間子に限らず、一般にクォーク反クォークの束縛状態は振幅である分布関数 ϕ を用いて記述することが期待されている。DA は、ジェットの発生を伴う高エネルギー・インクルーシブ反応におけるハドロン中のクォーク・グルーオンの分布関数 (PDF) の役割をエキスクルーシブ反応において果たしており、PDF と同様に反応のプロセスによらないハドロンの種類に固有の関数である。この意味で、本研究過程において、 π TFF を統計のデータを用いて、できる限り高い Q^2 の領域まで精度よく測定し、分布関数 ϕ の形を決めることは非常に重要課題である。 π TFF はハドロンの構造関数のうちでもっとも簡単な構造関数で、理論で扱いやすいところから実験精度の向上が特に期待されている。

Belle II 実験では、Belle 実験で収集した全データの 50 倍のデータの収集を予定している。また、Belle で課題であった本事象を収集する時のトリガーによる検出効率の低下という問題も Belle II では解決に向けて様々な対処が試みられてきた。本研究では、以下の点に注意をしながら、本過程について、Belle II で収集した初期のデータ、2019 年と 2020 年の春に収集した 12fb^{-1} データと検出器に関するシミュレーションを用いて、本過程の測定のフィージビリティ (実行可能性) を確認した結果について報告する。本過程の高精度の測定には以下の点が重要である。

1. 高いトリガー効率。信号事象を落とさずに、バーバー事象のみを除く賢いトリガーの実現が不可欠。
2. 本過程の信号事象を効率よく選別し、かつバックグラウンド事象を低く抑える事象選別条件の工夫と最適化。
3. π^0 の高い検出効率。特に 1GeV 以上の高い運動量を持つ π^0 の高い検出効率。
4. 高積分ルミノシティ。

本論文では、第 2 章で実験に使用した SuperKEKB 加速器の概要と Belle II 測定器に組み込まれた各種測定器の概要と性能を説明する。また、本実験で重要なトリガーについても第 2 章でふれる。第 3 章では実験データの選別と主要なバックグラウンドについてデータとモンテカルロシミュレーションの結果を比較対象しながら議論する。第 4 章ではデータから選別された信号事象を用いて断面積を求めた結果について報告し、第 5 章で本研究のまとめとこの研究で明らかになった今後の課題に言及する。

また、筆者が準備した Belle II のデータ収集時にオンラインでトリガー効率をモニターするシステムの詳細を付録 B-C で説明する。このモニターは安定なデータ収集を行う上で必須の道具として Belle II で用いられている。付録 D は 2 本のトラック事象トリガーに関してそのトリガー効率をデータを用いて同じく筆者が調べた結果の報告である。付録 E では AdS/QCD 対応から強い結合下の中間子遷移分布振幅がどのように導かれるかまとめる。

第 2 章 Belle II 実験

Belle II 実験とは、茨城県つくば市にある高エネルギー加速器研究機構 (KEK) で行われている実験で、標準理論の精密検証、新物理の探索、新粒子発見、暗黒物質の探索等を目的としている。前身の Belle 実験の後継実験である Belle II 実験では、衝突型加速器 KEKB が保持していた電子と陽電子の衝突性能を 40 倍に高めるために設計された SuperKEKB と Belle から電磁カロリメーターを除いてすべての測定器が新しく作りなおされた Belle II 測定器を用いて、Belle 実験の 50 倍のデータ収集を目指している。SuperKEKB 加速器と Belle II 測定器の建設は 2010 年に始まり、2017 年 2 月に SuperKEKB 加速器の試運転期間 (フェイズ 1) が開始された。その後衝突運転に向けた調整運転期間 (フェイズ 2) を経て、2019 年からは本格的な物理解析のためのデータ取得期間 (フェイズ 3) にはいった。

SuperKEKB 加速器では主に $\Upsilon(4S)$ に対応する重心系のエネルギー 10.58 GeV で運転しているが、 $\Upsilon(1S)$ から $\Upsilon(5S)$ の範囲で運転エネルギーを変えることが可能である。本研究では重要な Q^2 の領域としては、 2 GeV^2 から 100 GeV^2 までの領域をカバーすることが可能である。

2.1 SuperKEKB 加速器

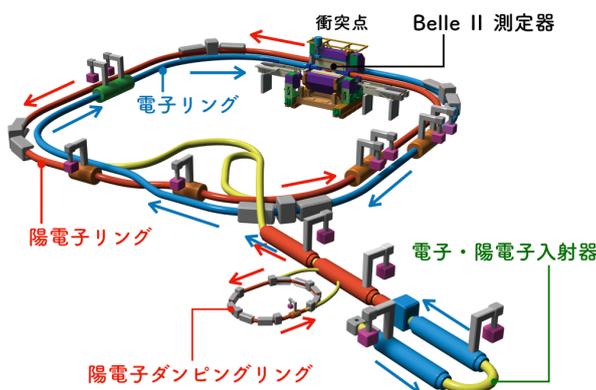


図 6 SuperKEKB 加速器の図

SuperKEKB の概略図 6 に示す。SuperKEKB 加速器は KEK の地下トンネルに設置された 7 GeV の電子リング (high energy ring; HER) と 4 GeV の陽電子リング (low energy ring; LER) の衝突型加速器で各リングの周長約 3 キロメートルである。主に B 中間子と反 B 中間子対を生成する目的で作られているため、スーパー B ファクトリーとも呼ばれており、重心系エネルギーは $\Upsilon(4S)$ 生成に最適な 10.58 GeV であるが、 $\Upsilon(5S)$ のエネルギーでも運転できるように設計されている。

電子ビームと陽電子ビームは入射器と呼ばれる線形加速器で作られる。電子ビームは光電子陰極にレーザービームをあてて発生する電子を強力な高周波で加速する高周波 (RF) 電子銃で作られるので粒子の集団の運動秩序、揃い方を表す量であるエミッタンスは小さい。一方、陽電子ビームはタングステンに 3.5 GeV までに加速された電子ビームをあてたときに発生する電磁シャワーを使って作るため、エミッタンスが大きくなる。そのため入射器で加速された陽電子ビームは 1.1 GeV で取り出され、エミッタンスを小さくするために、

陽電子ダンピングリングに入射し、そこでエミッタンスを下げた後、再度入射器に戻し、4 GeV まで加速し陽電子リングに入れる。

SuperKEKB では衝突頻度を上げ、データをたくさん集めるために、エミッタンスを極限までに小さくし衝突点でのビームを絞ることによって、前身である KEKB 加速器の最高ルミノシティ $2.1 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ の 40 倍のルミノシティ $8 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ を目標として制作された。ルミノシティとは衝突型加速器のビーム強度を表す量で、ビーム・バンチの粒子数 N_+N_- 、バンチ同士の衝突頻度 f 、衝突点での水平・垂直ビームサイズ $\sigma_x^*\sigma_y^*$ 、幾何学的に決まる減衰率 R_L を用いて表すと以下の式のように記述できる。

$$L = \frac{N_+N_-f}{4\pi\sigma_x^*\sigma_y^*}R_L \quad (11)$$

ルミノシティ $\mathcal{L}[\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}]$ が決まると単位時間当たり起きる素粒子反応数 $Y[\text{s}^{-1}]$ は、それと反応断面積 $\sigma[\text{cm}^2]$ との積として与えられる。

$$Y = \mathcal{L} \times \sigma \quad (12)$$

表 3 に前身の KEKB と SuperKEKB 加速器のパラメーターの比較を示した。以下に説明するように、ビームのサイズを表す β_x で 1/40、 β_y の値がで 1/20 になっているのが大きな違いである。

表 3 前身の KEKB と SuperKEKB 加速器のパラメーター

変数	KEKB		SuperKEKB	
	LER	HER	LER	HER
ビームエネルギー [GeV]	3.5	8.0	4.000	7.007
電流 I[A]	1.64	1.19	3.6	2.6
バンチ数	1585		2500	
交差角	22		83	
β_x^* [mm]	1200	1200	32	25
β_y^* [μm]	5900	5900	270	300
ξ_x	0.127	0.102	0.028	0.012
ξ_y	0.129	0.090	0.0881	0.0807
$\mathcal{L}[\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}]$	2.108×10^{34}		8×10^{35}	

2.1.1 ナノ・ビーム・スキーム方式

SuperKEKB では高いルミノシティを実現するため、ナノ・ビーム・スキーム方式と呼ばれている新しい衝突方式を採用している。ナノ・ビーム・スキーム方式では、衝突点 β 関数が、バンチがぶつかる領域に比べて非常に小さくし、ルミノシティを高めている。ルミノシティ \mathcal{L} はビーム電流 I_{\pm} 、衝突点垂直方向 β 関数 (β_y^*)、垂直方向ビーム・チューンシフト・パラメータ ($\xi_{y_{\pm}}$) により、式 (14) のように表される。図 7 に SuperKEKB で採用されている衝突方式の図を示す。KEKB では水平に $100 \mu\text{m}$ 、垂直に $2 \mu\text{m}$ であったが、SuperKEKB では水平に $10 \mu\text{m}$ 、垂直に 50 nm にしている。また電子のバンチと陽電子のバンチが衝突する角度、交差角度は KEKB では 22 mrad であったが、SuperKEKB では 83 mrad にすることによって、

ルミノシティをあげることで運転に余裕をもたせて高ルミノシティを実現できるように工夫されている。

$$\xi_{\pm y} = \frac{r_e}{2\pi\gamma_{\pm}} \frac{N_{\mp}\beta_y^*}{\sigma_y^*(\sigma_x^* + \sigma_y^*)} R_y \quad (13)$$

$$\mathcal{L} = \frac{\gamma_{\pm}}{2er_e} \left(1 + \frac{\sigma_y^*}{\sigma_x^*}\right) \frac{I_{\pm} \xi_{\pm y}}{\beta_{\pm y}^*} \left(\frac{R_L}{R_y}\right) \quad (14)$$

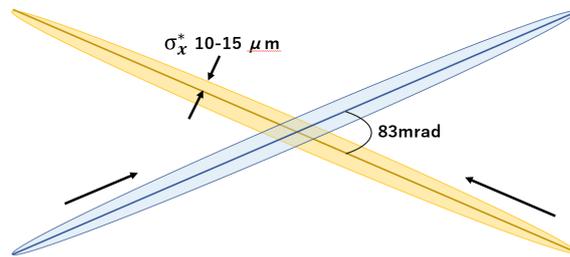


図7 SuperKEKB の衝突方式

2.2 Belle II 測定器

SuperKEKB で加速された電子、陽電子は Belle II 測定器が設置されたところで衝突し、多数の荷電粒子と光子を発生する。Belle II 測定器は、個々の荷電粒子の軌跡を測定し、その運動量を決定するとともに、粒子の発生点を精度よく決定する能力が求められる。また、光子や中性粒子のエネルギーの測定や荷電粒子の種類識別ができなくてはならない。Belle II 測定器は高さ・幅・奥行きがそれぞれ約 8 m、質量は約 1400 t で、SuperKEKB の衝突点の周囲、ほぼ全方位を覆うように設計されている。物理解析するとき、崩壊した粒子の終状態の崩壊点、電荷、運動量はとても重要で、精密に測定するために、Belle II 測定器は 7 つの検出器と超伝導ソレノイド電磁石から構成されている。Belle II 測定器の全体図と断面図をそれぞれ図 8 と図 9 にしめす。

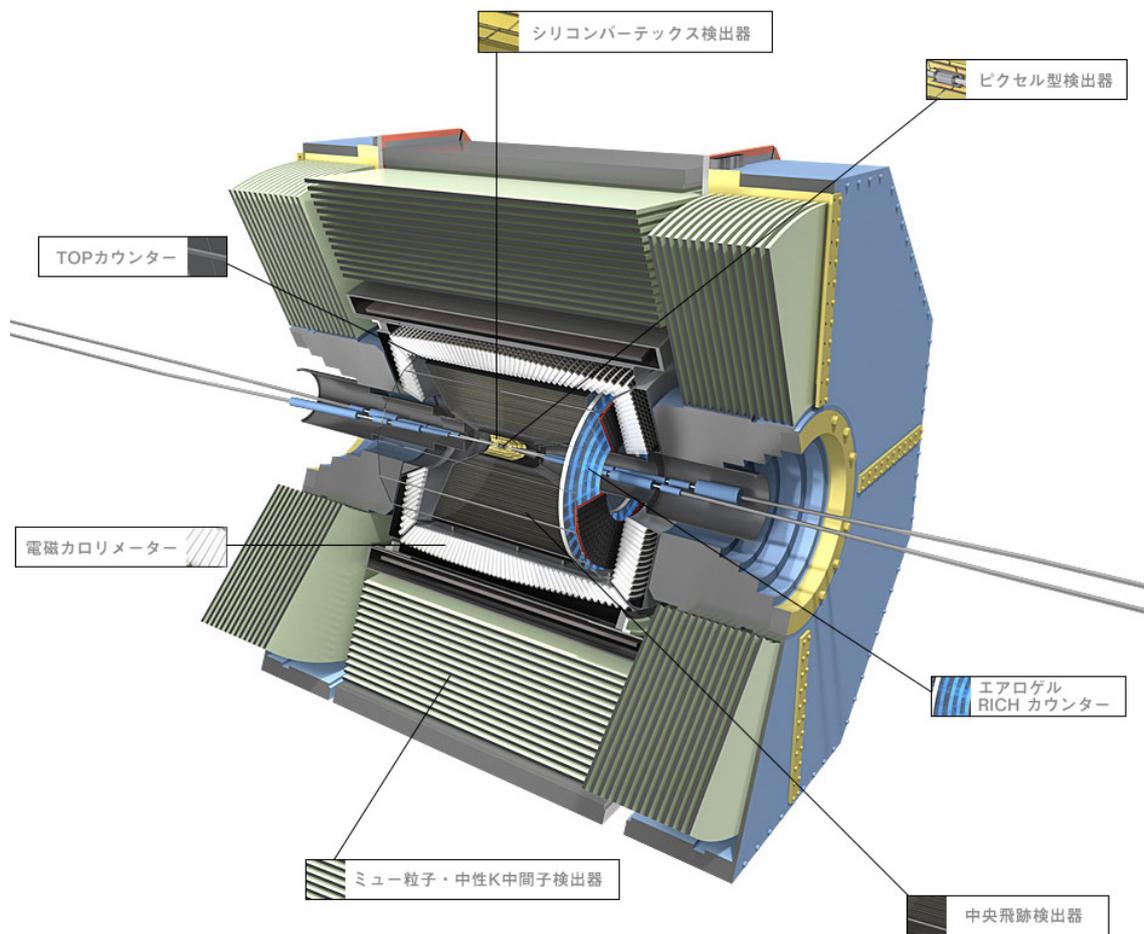


図8 Belle II 測定器の全体図

2.2.1 崩壊点位置検出器

崩壊点検出器 (Vertex Detector : VXD) は、 B や D 中間子が崩壊した場所を測定するための検出器である。VXD は、図 10 のようにビームパイプを囲うように設置され、2 層のピクセル検出器 (Pixel Detector : PXD) と 4 層のシリコンバーテックス検出器 (Silicon Vertex Detector : SVD) の二種類の半導体検出器から構成されている。Belle 測定器から Belle II 測定器にアップグレードする時に、ビームパイプの内径を 3 cm から 2 cm に小さくし、崩壊点測定精度を約 2 倍に向上するように工夫した。SuperKEKB でも電子と陽電子は異なるエネルギーで衝突させて衝突で生成した B 中間子と反 B 中間子を走った状態で生成するようにしている。これはこのようにすることによって、 B 中間子と反 B 中間子の崩壊するまでの時間の違いを測定し、 CP 対称性の破れをより精密に測定するために重要である。崩壊点位置検出器で測定された崩壊点の位置情報から崩壊時間を特定するため、崩壊点位置測定は非常に重要である。

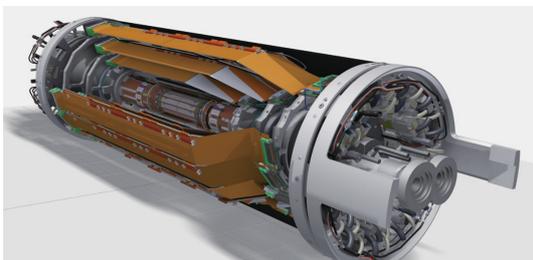


図 10 belleII 崩壊点検出器

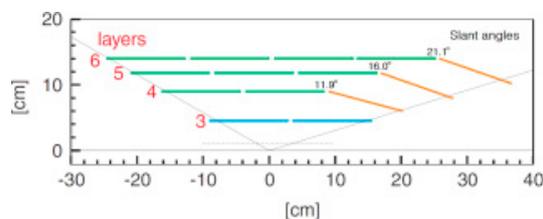


図 11 崩壊点検出器断面図

PXD に使用されているのは、図 12 の DEPFET (DEPLeated Field Effect Transistor) センサー、SVD に使用されているのは、図 13 の DSSD (Double-sided Silicon Strip Detector) センサーである。DSSD センサーは Φ 方向に n 型半導体、 z 方向に p 型半導体の構造の検出器となっており、2 次元情報の読み出しを行っている。

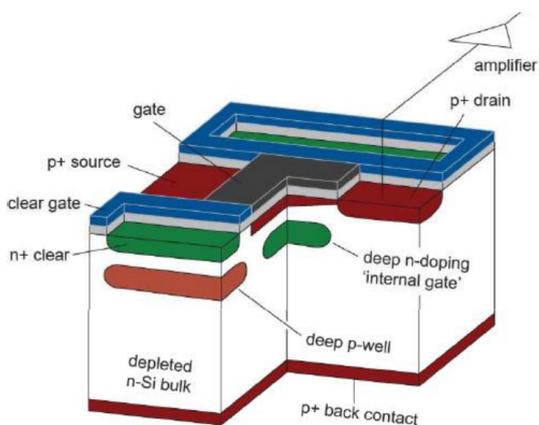


図 12 DEPFET 構図

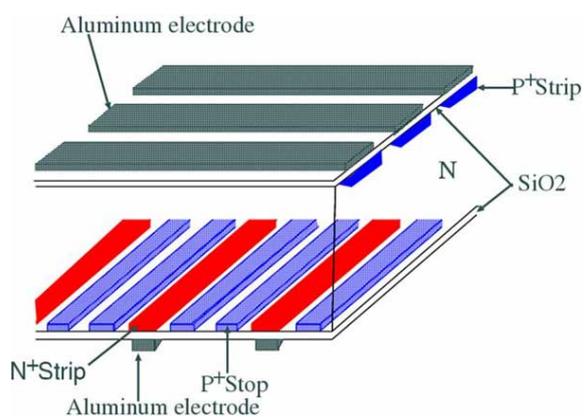


図 13 dssd 構図

2.2.2 中央飛跡検出器

中央飛跡検出器 (Central Drift Chamber : CDC) は、大きさが内径約 32 cm、外径約 226 cm、長さ約 260 cm の円筒型のガス検出器で崩壊点検出器を覆うように設置されている。内側にはセンスワイヤーが 14336 本、フィールドワイヤーが 42240 本の計 56576 本の細い金属のワイヤーが中心軸方向に張られ、容器内にはヘリウムエタンの混合ガスで満たされている。軽いヘリウムガスを用いているのは、多重クーロン散乱の影響を少なくして粒子の運動量分解能を向上させるためである。図 14 が CDC の半断面図である。図 15

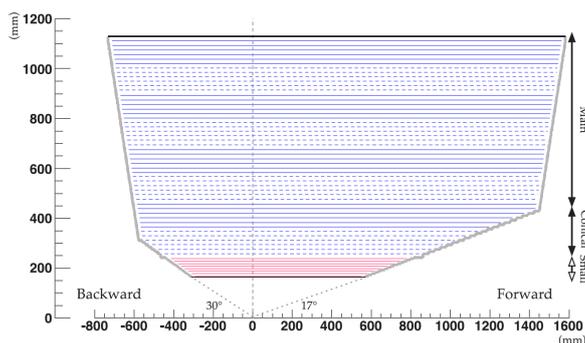


図 14 CDC の半断面図

は荷電粒子が通過時の様子であり、左図では横軸が z 軸、右図では横軸が y 軸となっている。荷電粒子が検出器内を通過すると、CDC内のガスが分子が電子と陽電子に分離され、軸ワイヤーによって作られた電圧に沿って加速される。さらに加速された電子がガス分子と衝突し、ガス分子を電離させられ、電子雪崩が起きる。この電子雪崩で起きた電流を信号として読み出し、電子がドリフトした時間を測定することで、荷電粒子がCDC内を通過した位置情報をワイヤーごとに得て、飛跡（トラック）を再構成することができる。

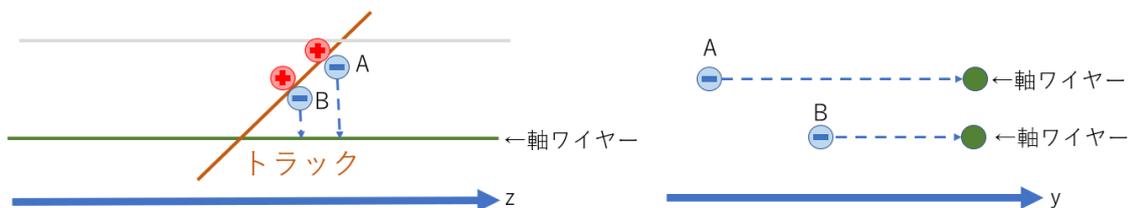


図 15 トラック通過時の様子

図 16 はビーム軸方向からCDC断面をみたシミュレーションの図である。電磁カロリメーターの外側の超電導ソレノイド電磁石によって 1.5 テスラの強磁場がCDC内に作られているので、荷電粒子はローレンツ力により、曲げられ、螺旋軌道を描く。このときの運動量 $p[\text{GeV}]$ と磁場 $[T]$ 、回転半径 $r[\text{m}]$ は以下のような式で記述される。この式から粒子の運動量を精密に測定することができる。CDCでは個々のワイヤーの信号の時間に加えて信号の大きさをADCの情報として読みだしている。このADCの情報から粒子のエネルギー損失 (dE/dx) を測定することができ、これを用いた粒子の種類を区別することが可能である。

$$p = 0.3 \times T \times r \quad (15)$$

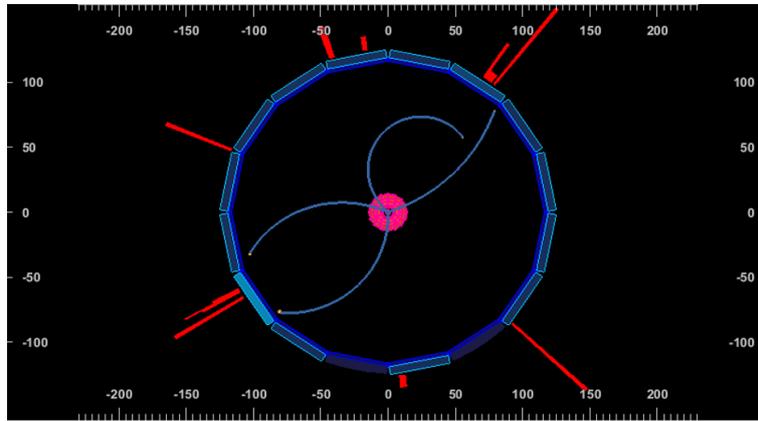


図 16 ビーム軸方向から CDC 断面をみたシミュレーションの図

2.2.3 粒子識別装置

CDCの dE/dx に加えて、Belle II は粒子識別検出器として、TOP カウンター (Time of Propagation : TOP) と Aerogel RICH カウンター (Aerogel Ring Imaging Cherenkov : ARICH) の 2 種類の検出器を備えている。TOP はバレル部分、ARICH はエンドキャップ部分に設置されている。図 17 に TOP カウンターの図を示す。TOP カウンターは、長さが 2.7 m、幅が 45 cm、厚さが 2 cm の石英板と、端部のマイクロチャンネルプレート型光電子増倍管で構成されており、全部で 16 台のモジュールが Belle II 測定器に設置されている。TOP カウンターでは、電子、陽電子との衝突で発生した高速の荷電粒子の速度が、物質中の光速を越えたときに荷電粒子が放出するチェレンコフ光を、輻射体内部で全反射し、検出する。この時に、荷電粒子が放出したチェレンコフ光の放射角を求めることができ、CDC の運動量の情報と合わせて荷電 π 中間子と K 中間子を運動量が 4 GeV までの広い範囲で識別可能である。

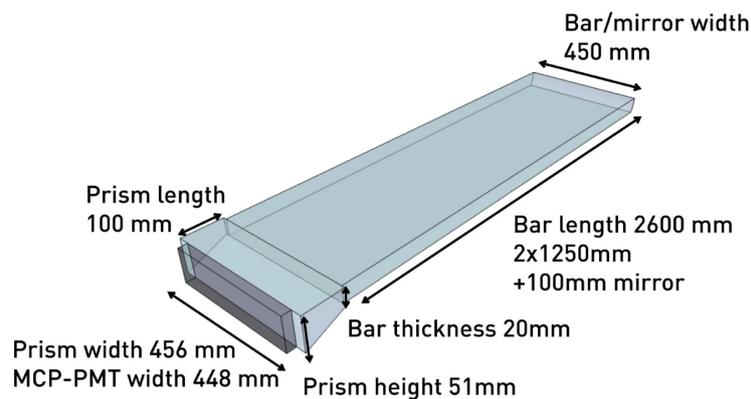


図 17 TOP カウンターの図

ARICH 検出器は、直径が約 2 m、外径が 1.1 m、内径が 0.4 m、厚さが 25 cm のドーナツ型である。厚さが 4 cm のシリカエアロゲル輻射体と厚さ 3 cm の光検出器の HAPD の 2 層の構成である。図 18 に ARICH の識別原理の図を示す。荷電 π 中間子と K 中間子がシリカエアロゲル輻射体通過する際に、チェレンコフ光を放

出する。この時に放出されたチェレンコフ光を HAPD で検出器リングイメージを再構成し輻射角を計算し比較することによって粒子を識別している。

TOP カウンターと ARICH 検出器、二つの検出器により、荷電 π 中間子の検出効率を 97 % にまで向上させ、K 中間子に関しては誤認識率を Belle 測定器の 20 % にまで減少させることができている。

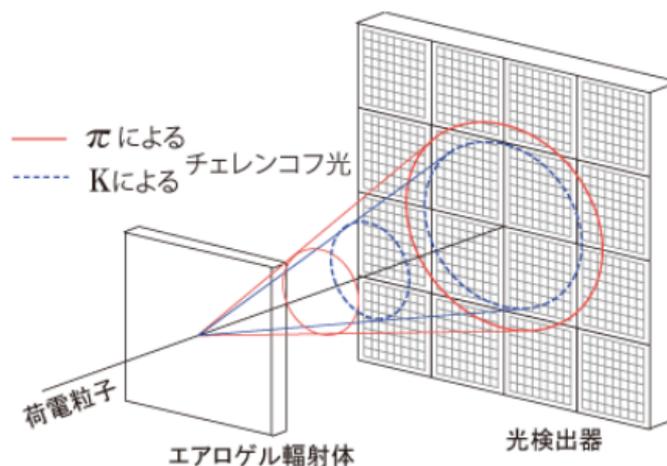


図 18 ARICH の識別原理

2.2.4 電磁カロリメーター

電磁カロリメーター検出器 (Electromagnetic Calorimeter : ECL) はタリウムを添加したヨウ化セシウム (CsI) 結晶をシンチレーターを用いた電磁シャワーカロリメーターである。一個の CsI 結晶の写真を図 19 に示す。一つの結晶は断面積が $5.5 \times 5.5 \text{ cm}^2$ で奥行きが 30 cm である。図 20 は ECL の xz 平面の断面図である。ECL は前方エンドキャップ部、バレル部、後方エンドキャップ部から構成され、結晶はそれぞれ前方エンドキャップ部に 1152 本、バレル部に 6624 本、後方エンドキャップ部に 960 本の計 8736 本設置され、総重量は約 43t である。結晶内に、電子や光子が入射すると、電磁相互作用を起こし、対生成や制動放射を繰り返しながらエネルギーを失い、そのエネルギーに比例した量の電磁シャワーを作る。この電磁シャワーのエネルギーをすべて検出することによって、入射粒子のエネルギーを求めることができる。本研究では、散乱電子のエネルギーと通過位置の測定および π^0 から崩壊した光子の測定に用いている重要な測定器である。

2.2.5 ミュー粒子・中性 K 中間子検出器

KLM 検出器 (K_L^0 and Muon Detector : KLM) は、Belle II 測定器の最外層にあり、バレル部とエンドヨーク部の二部構造になっている。エンドヨーク部は八角形を八等分した扇形の形状で、ビーム軸垂直に差し込むように設置されており、15 層構造で、長さが 220 cm、厚みが 3.4 cm、幅は層によって違い 167 cm から 275 cm である。バレル部は約 4.7 cm の鉄版を十数枚重ねた構造となっている。物質と相互作用しにくい μ 粒子と電気的に中性で物質と相互作用するまで検出しにくい K_L^0 粒子を検出する目的で設置されている。 μ 粒子は電子や光子のように ECL 内で電磁シャワーを起こさず、電離損失のみであり散乱は小さい。一方、 K_L^0 粒子は強い相互作用し多重散乱を起こす。この違いによって μ 粒子と K_L^0 粒子の区別が可能である。

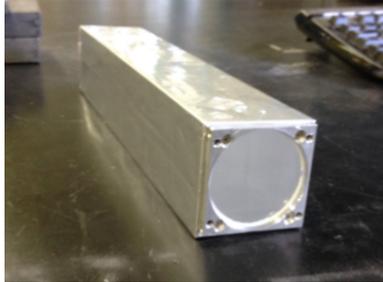


図 19 CsI 結晶の写真

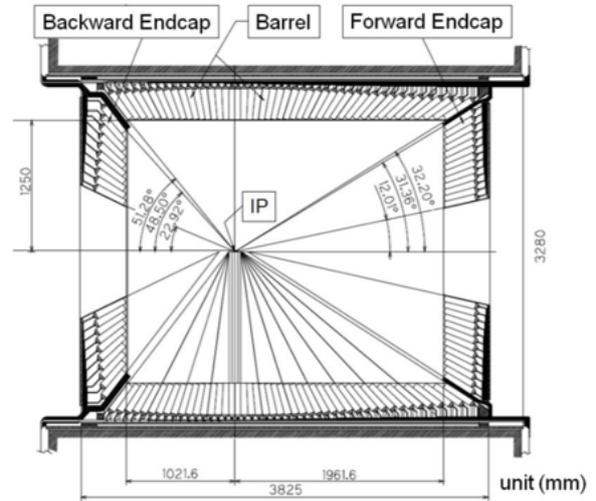


図 20 ECL 断面図

2.3 トリガーシステム

先に述べたように Belle II 実験では、ルミノシティを Belle 実験の 40 倍に上げる予定である。それにともないターゲットとしている物理事象のトリガーレートやビームバックグラウンドのレートも高くなることが予想される。表 4 に Belle II 実験で生じる代表的な物理事象の過程、反応断面積、生成率の表を示す。オンライントリガーでは高レートの衝突化で物理的に興味がある事象であるか否か $2\mu\text{s}$ 以下で判断し、ビームバックグラウンドの影響を抑える高速エレクトロニクスシステムである。データ収集システム (DAQ) が設定している最大の平均トリガーレートは 30kHz 以下で、SuperKEKB での物理事象の総レートは 15kHz であるので、許容できるバックグラウンドのレートは物理事象の総レートと同じく 15kHz 以下に抑える必要がある (表 4)。これを実現するためにトリガーシステムに要求される事項を示す。

表 4 ターゲットとしている物理事象のトリガーレートと反応断面積と生成率。パーパー (Bhabha) 散乱と $\gamma\gamma$ の生成率は $1/100$ にスケールダウンすることを仮定した値、生成率は目標のルミノシティである $\mathcal{L}=8\times 10^{35}[\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}]$ を仮定した値

物理過程	反応断面積 $\sigma[\text{nb}]$	生成率 $Y = \sigma \times \mathcal{L} [\text{Hz}]$
Υ	1.2	960
$q\bar{q}$	2.8	2200
$\mu^+\mu^-$	0.92	700
$\tau^+\tau^-$	0.92	700
Bhabha	44	350
$\gamma\gamma$	13	10000
合計	67	約 15000

1. 最大の平均トリガーレートは 30 kHz
2. $\Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ による崩壊事象に対してほぼ 100 % の効率で検出
3. 物理事象決定までの時間が $5 \mu s$
4. イベント発生時間の決定が 10 ns 以下
5. 連続する二つの事象を決定する最小時間間隔は 400 ns

電子陽電子衝突の重心系 10 GeV 付近の代表的なハドロン生成反応では、トラックが 10 本、光子が 10 個が発生するのが普通であるが、本研究対象は、終状態に一個の高エネルギー電子と 2 個が生成する非常に粒子の多重度が低い反応である。一方、同じ少数の粒子の発生過程でもバーバー散乱は断面積が本研究事象に比べ非常に大きくこの散乱事象の多くをトリガー段階で落とすことが安定なデータ収集には必要である。具体的にレートを比較するために断面積を比較する。本研究対象 ($e^+e^- \rightarrow e(e)\pi^0$) の断面積は、 Q^2 が 5 GeV で 0.1 pb 程度である。一方、一般的なハドロン事象 ($e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$) は 0.92 nb、バーバー散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-$) の断面積は 4400 nb であり、信号事象の断面積は一般的なハドロン事象の断面積に比べ $1/10^4$ 、バーバー散乱の断面積に比べ $1/10^7$ となる。バーバー散乱のレートをハドロン事象レベルにさげ、かつ、本研究課題に代表される少数の粒子形で興味ある事象を確実に取り込むことがトリガーに要求されている。これらの要求を満たすために、Belle II 実験では 4 つの独立したサブトリガーを GDL (Global Decision Logic) につなぎ、GDL で最終的に興味がある事象か否かを判断する。図 21 に 4 つの独立したサブトリガーシステムと GDL の概略図を示す。サブトリガーが CDC、ECL、TOP、KLM の 4 つがあり、すべて並列かつ独立である。

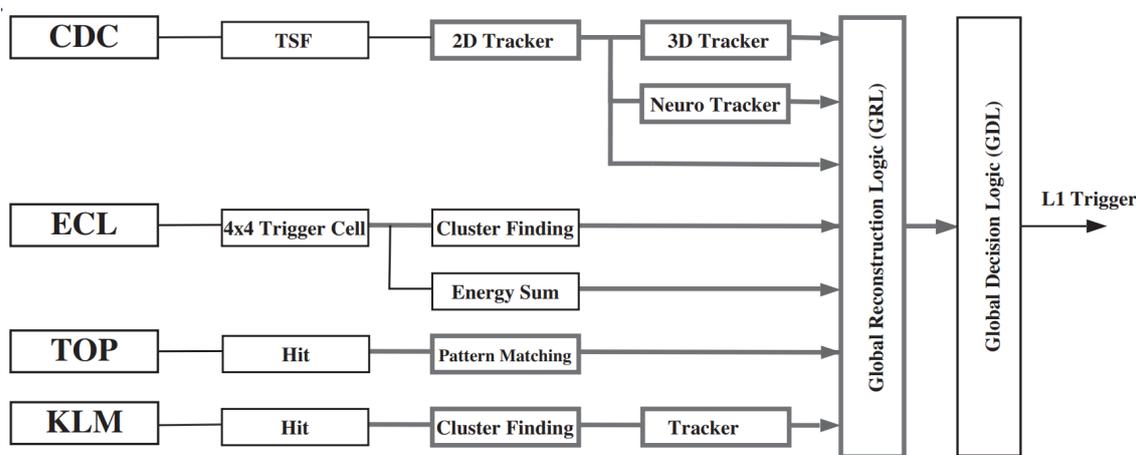
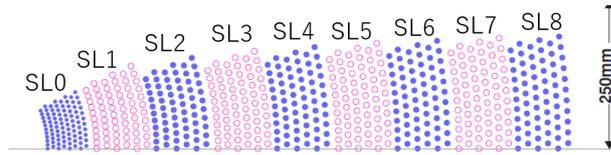


図 21 トリガーシステムの概略図

2.3.1 CDC トリガー

CDC は図 22 のように、5 つの axial レイヤーと 4 つの stereo レイヤーの計 9 つのスーパーレイヤーを交互に配置した構成となっている。トラックは TSF(Track Segment Finder) から得られるワイヤー情報から再構成される。TSF はワイヤー 5 層を使用しており、最内層の TSF はピラミット型、それ以外の TSF は砂時計型である。図 23 に TSF を示す。TSF の総数は全部で 2336 個あり、図 24 に 292 個の TSF の配置図を示す。

物理解析をする際に、トラックの再構成に使われる CDC トリガーは主に fff、ffo である。fff は 2D トリガート



0~7	axial	super layer 0→SL0	32~37	stereo	super layer 5→SL5
8~13	stereo	super layer 1→SL1	38~43	axial	super layer 6→SL6
14~19	axial	super layer 2→SL2	44~49	stereo	super layer 7→SL7
20~25	stereo	super layer 3→SL3	50~55	axial	super layer 8→SL8
26~31	axial	super layer 4→SL4			

図 22 CDC 内のレイヤーの配置図

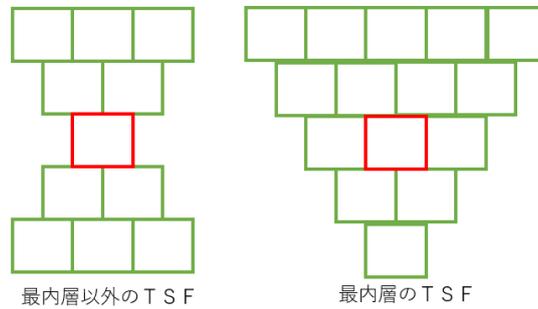


図 23 T S F の図

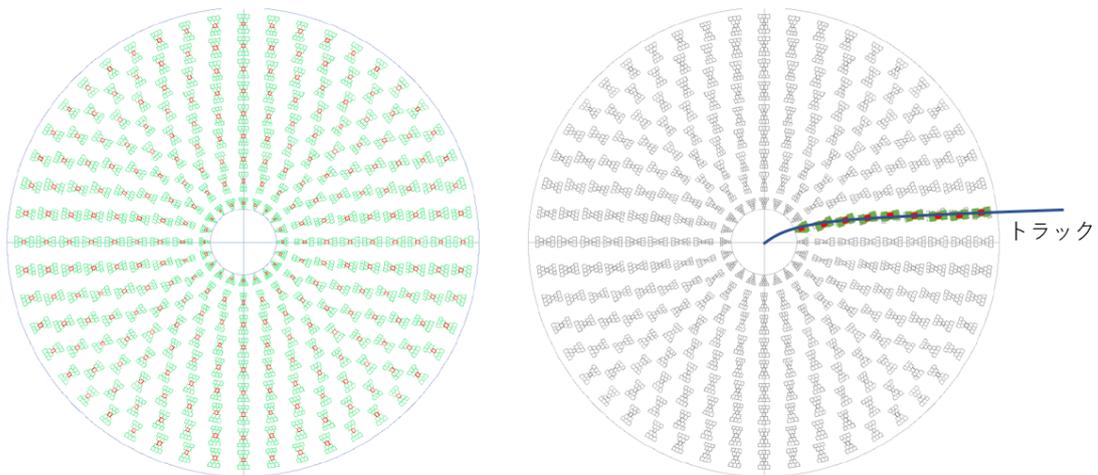
表 5 CDC トリガーの種類と条件

CDC トリガーの種類	要求
fff	2D トリガートラックが 3 本以上
ffo	2D トリガートラックが 2 本以上かつトラックの間の角度が 90° 以上
ffb	2D トリガートラックが 3 本以上かつトラックの間の角度が $150^\circ \sim 180^\circ$
ffy	2D トリガートラックが 3 本以上かつ 3D トリガートラックが一本以上

トラックが 3 本以上の要求になっている。2D トリガートラックは横運動量 (pt) が 0.3 GeV より大きい、CDC 内にある 5 つの axial スーパーレイヤー (SL0,2,4,6,8) のうち 4 つにヒットがあることを要求する。横運動量が 0.3 GeV 以下になってしまうと、トラックの飛跡が CDC 内で円を描いてしまい、最外層のスーパーレイヤーに到達しないため、横運動量は 0.3 GeV 以上を要求している。ffo は 2D トリガートラックが 2 本以上と x-y 平面でのトラックの間の角度が 90° 以上を要求する。表 5 に CDC トリガーの種類と条件を示す。

2.3.2 ECL トリガー

Belle II 実験では、終状態に光子を含む事象が多く、ECL トリガーの役割は非常に重要である。ECL トリガーは各クリスタルに落とされたエネルギーを測定、物理事象の発生時間の計測も行う。この時にトリガーセル (TC) と呼ばれる 4×4 の計 16 個のクリスタルを一つにまとめたものをつかって、エネルギー情報を読み



※全体の1/8のTSFしか表示していない

図 24 TSF の配置図

表 6 ECL トリガーの種類と要求

ECL トリガーの種類	要求
hie	クリスタルに落としたエネルギーの総和が 1GeV 以上
c4	4 本以上の TC クラスターがヒット

だしている。トリガーヒットは ECL トリガークラスターから計算され、クラスターは TC から計算される。クラスターデータには、(a) タイミング、(b) エネルギー、および (c) 位置があり、以下にそれぞれの計算方法を説明する。

- (a) クラスターのタイミングは、クラスター内の最もエネルギーの高い TC の TC タイミングから取得
- (b) クラスターエネルギーは、実験系でのクラスター内の TC エネルギーの合計エネルギー
- (c) クラスター位置データには、クラスター内で最もエネルギーの高い TC の TC θ ID と TC ϕ ID。(TC θ ID と TC ϕ ID 位置マップは、図 25 を参照。)

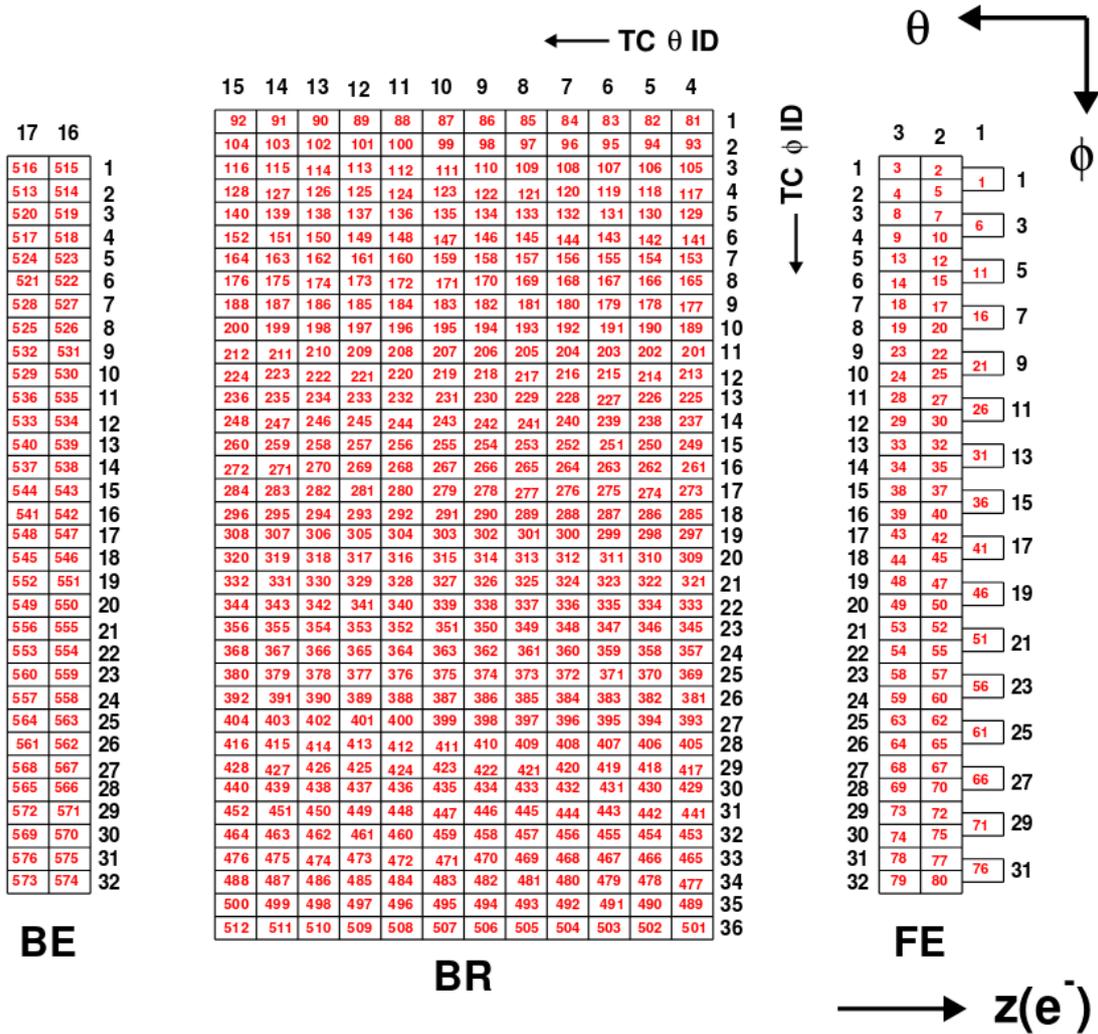


図 25 カロリメータ (ECL) のトリガーセル (TC) の配置図

2.3.3 Bhabha 事象を落とす条件 (Bhabha veto)

Bhabha 事象の微分断面積は表 4 に記載しているように、Belle II 実験でターゲットとしている物理事象よりはるかに多い。従って、Belle II では Bhabha 事象を落とすトリガー (Bhabha veto) を作成している。Bhabha veto はもっともエネルギーの高い 2 つのクラスターのエネルギーと角度に基づいて条件が定義されている。以下に Bhabha veto の条件を示す。

1. 2 つのクラスターの重心系の極角において back-to-back である。 $165^\circ < \Delta\theta < 190^\circ$
2. 2 つの方位角 (ϕ) について back-to-back である。 $160^\circ < \Delta\phi < 200^\circ$
3. 重心系における 2 つのクラスターのうちどちらかのエネルギーが 4.5GeV 以上かつそれぞれのクラスターのエネルギーが 3GeV 以上 ($E(\text{CL1}) > 3\text{ GeV} \ \& \ E(\text{CL2}) > 3\text{ GeV} \ \& \ (E(\text{CL1}) > 4.5\text{ GeV} \ \text{or} \ E(\text{CL2}) > 4.5\text{ GeV})$)

ここで、 $E(\text{CL1})$ と $E(\text{CL2})$ はクラスターの重心系のエネルギー、 $\Delta\theta$ は 2 つのクラスターの重心系の極角の合計、 $\Delta\phi$ は 2 つのクラスターの方位角の差である。

第3章 電子、陽電子衝突におけるシングル π^0 生成反応 $e^\pm e^\mp \rightarrow e^\pm(e^\mp)\pi^0$ の測定

この章では、シングル π^0 生成事象 $e^\pm e^\mp \rightarrow e^\pm(e^\mp)\pi^0$ の事象選別の方法について説明する。本研究事象は、一個の高エネルギー電子と一個が存在しかつ π^0 が存在し、それ以外に粒子が存在しないという条件から選別する。本章では、初めに各粒子の選別の条件を説明し、次に信号事象の選別条件を説明する。また、この選別条件を決めるために参考にした信号事象とバックグラウンドのモンテカルロシミュレーション (MC) について説明する。最終的な信号事象数は、二つの光子の不変質量の分布から求めた。

3.1 電子、陽電子衝突におけるシングル π^0 生成反応 $e^\pm e^\mp \rightarrow e^\pm(e^\mp)\pi^0$ の特徴

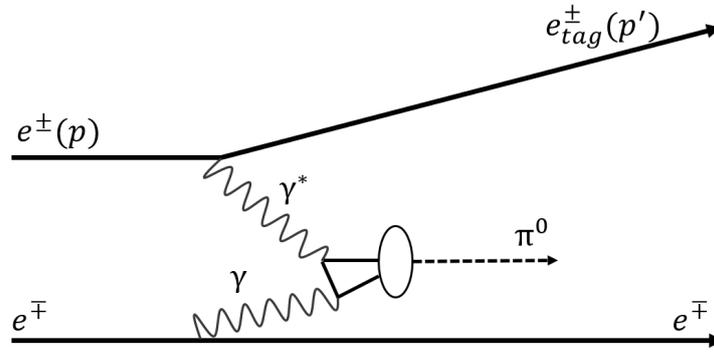


図 26 $e^\pm e^\mp \rightarrow e^\pm(e^\mp)\pi^0$ のファインマンダイアグラムの図

図 26 に本論文で対象とする反応

$$e^\pm e^\mp \rightarrow e^\pm(e^\mp)\pi^0 \quad (16)$$

のファインマンダイアグラムの図 26 を示す。ここで、高い散乱角で散乱された電子（または陽電子）は、検出器で検出され（これを tag-e(p) と呼ぶ）、もう一方の陽電子（または電子）は、ほとんど散乱角ゼロで前方に散乱される（untag-e(p) と呼ぶ）ので、ビーム軸方向へ逃げている。その粒子を式 (16) ではカッコ () をつけて表している。tag-e は高い Q^2 の仮想光子 (γ^*) を放出し、untag-e は実光子 (γ) を放出する。その γ^* と γ が衝突して終状態に一個の π^0 が生成される。 π^0 は二つの γ に 99 % の確率で崩壊するので、 $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ の崩壊を採用し、 π^0 は 2 光子として間接的に検出する。また仮想光子の質量 Q^2 は、運動量移行 $q^2 = -Q^2 = (p-p')^2$ より求められる。ここで、 p はビームの 4 元運動量、 p' は tag-e の 4 元運動量である。

$$+Q^2 = -(p-p')^2 = 2p \cdot p' = 2E_{beam}E_{tag}(1 - \cos(\theta_{tag})) \quad (17)$$

ここで、 E_{tag} は tag-e のエネルギー、 $\cos(\theta_{tag})$ は tag-e の散乱角、 E_{beam} はビームエネルギー（電子が tag された場合は、電子ビームのエネルギー (7GeV)、陽電子がタグされた場合は陽電子ビームのエネルギー (4GeV)) である。

3.1.1 $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ の特徴

本研究では π^0 の同定が重要である。そのため、 $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 崩壊の特徴について最初にまとめておく。図 27 は π^0 の静止系と π^0 が運動量 p_{π^0} で走っている実験系における $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 崩壊の模式図である。 π^0 の静止系では、2つの光子は運動量の保存からちょうど正反対の方向に放出される。ここで θ_h は π^0 の静止系における1個の光子の放出方向と π^0 の進行方向の成す角度である。光子は π^0 の静止系でどの方向にも一様に放出されるので、一様な $\cos(\theta_h)$ 分布を示す。一方、 $\theta_{\gamma\gamma}$ は、実験室系における2つの崩壊光子の間の角である。

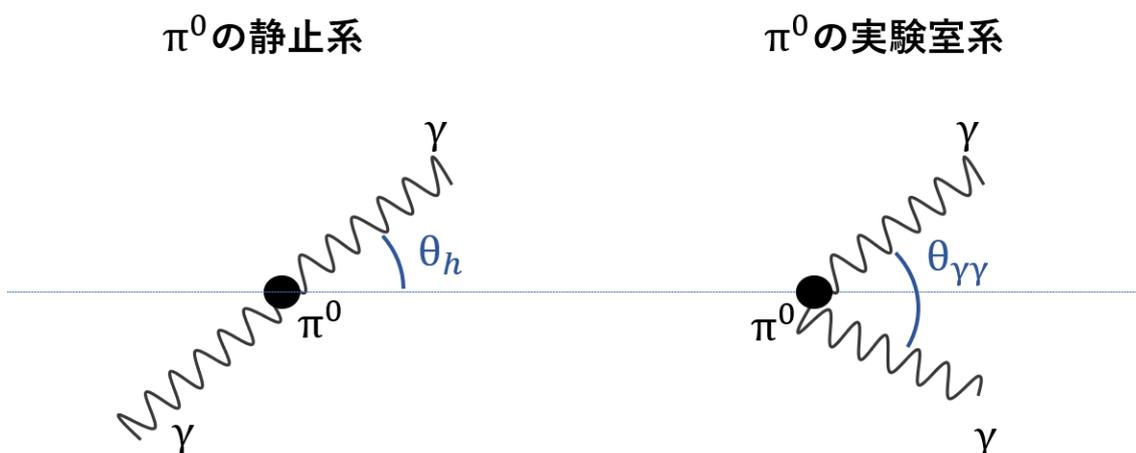


図 27 $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ のイメージ図

θ_h と $\theta_{\gamma\gamma}$ との関係は π^0 の速度と光の速度の比 $\beta = v_{\pi^0}/c = |p_{\pi^0}|/E_{\pi^0}$ から決まり、次式で与えられる。

$$\cos\theta_{\gamma\gamma} = \frac{2\beta^2 - 1 - \beta^2\cos^2\theta_h}{1 - \beta^2\cos^2\theta_h} \quad (18)$$

また、イベント数の分布を $w(\cos\theta_{\gamma\gamma})$ とおくとそれは式 (19) で与えられる。その分布の形を図 28 に示す。
[9]

$$w(\cos\theta_{\gamma\gamma}) = \frac{w^*(\cos\theta_{\gamma\gamma})}{4\gamma^2\beta\sin^3(\theta_h/2)\{\beta^2 - \cos^2(\theta_h/2)\}^{1/2}} \quad (19)$$

図 28 から分かるように、 $\theta_{\gamma\gamma}$ は π^0 の運動量から決まる最小値を $\theta_{\gamma\gamma}^{min}$ をもち、 π^0 の速度がどのような場合にも、 $\theta_{\gamma\gamma}$ が $\theta_{\gamma\gamma}^{min}$ に近い値を持つ場合が大半であることが分かる。 $\theta_{\gamma\gamma}^{min}$ は π^0 の静止系で光子が $\theta_h = 90^\circ$ に発生した場合に対応し、

$$\theta_{\gamma\gamma}^{min} = 2\beta^2 - 1 \quad (20)$$

で与えられる。表 7 に代表的な π^0 の運動量と $\theta_{\gamma\gamma}^{min}$ の関係を与える。この表から分かるように π^0 の運動量が 3 GeV のとき、 $\theta_{\gamma\gamma}^{min}$ は 5.3° で、これは発生点から 1 m(ほぼ ECL の前面の位置)での光子の間隔が 9.3 cm である。CsI 一個のサイズが 5 cm なので、この光子を 2つの光子と区別するのは簡単ではない。

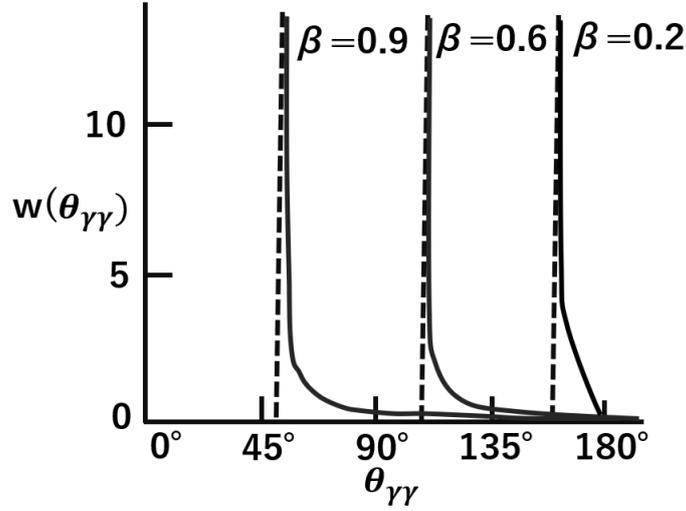


図 28 $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 崩壊における 2 つの光子の間の角度

表 7 π^0 [GeV] の運動量と $\theta_{\gamma\gamma}^{min}$ の関係表

p_{π^0}	$\theta_{\gamma\gamma}^{min}$ [radian]	$\theta_{\gamma\gamma}^{min}$ [°]	1m の点での二つの光子の距離 [cm]
0.5	0.5460	31.3	54.6
1	0.2782	15.9	27.8
2	0.1398	8.0	14.0
3	0.0933	5.3	9.3
4	0.0700	4.0	7.0

3.1.2 Q^2 の計算方法

Belle II の実験では、Belle と同様に非対称エネルギーの電子・陽電子加速における実験であるので、ビームエネルギーが電子と陽電子で異なる。また、ナノ・ビーム・スキーム方式を採用しているのでビームは有限な交差角を持つ。交差角は 83 mrad である。半分の角度 $41.5 \text{ mrad} = \phi$ とし、以下のようにして正確な Q^2 の値を求めた。いま電子（陽電子）の始状態のエネルギーと実験室系での運動量成分を電子と陽電子についてそれぞれ E_{e^\mp} , $P_{e^\mp x}$, $P_{e^\mp y}$, $P_{e^\mp z}$ とし、終状態でタグされた電子または陽電子のエネルギーと実験室系での運動量成分を E'_{e^\mp} , $P'_{e^\mp x}$, $P'_{e^\mp y}$, $P'_{e^\mp z}$ とする。電子の始状態のエネルギーと運動量成分はそれぞれ、 $P_{e^-x} = E_{e^-} \sin\phi$, $P_{e^-y} = 0$, $P_{e^-z} = \sqrt{(E_{e^-})^2 - (P_{e^-x})^2}$ 、陽電子の始状態のエネルギーと運動量成分はそれぞれ、 $P_{e^+x} = E_{e^+} \sin\phi$, $P_{e^+y} = 0$, $P_{e^+z} = -\sqrt{(E_{e^+})^2 - (P_{e^+x})^2}$ となる。これらを以下の式に代入し、電子がタグされた場合 (e-tag) と陽電子がタグされた場合 (p-tag) の Q^2 は以下の式で与えられる。

$$Q^2 = -(p' - p)^2 = -\{(E'_{e^\mp} - E_{e^\mp})^2 - (P'_{e^\mp x} - P_{e^\mp x})^2 - (P'_{e^\mp y} - P_{e^\mp y})^2 - (P'_{e^\mp z} - P_{e^\mp z})^2\} \quad (21)$$

3.2 シングル π^0 生成反応 $e^\pm e^\mp \rightarrow e^\pm(e^\mp)\pi^0$ に対するバックグラウンド（背景事象）

本研究事象にはいくつかのバックグラウンド（背景事象）がある。主要なものを以下にまとめた。

- (1) (Radiative)Bhabha 散乱
- (2) Virtual compton scattering:VCS(特殊な Radiative Bhabha 散乱)
- (3) e^+e^- 対消滅におけるハドロン生成 ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ 生成粒子のほとんどの粒子がビーム軸方向に逃げた場合に背景事象となる。)
- (4) $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0\pi^0$
- (5) $e^+e^- \rightarrow e^\pm(e^\mp)\rho/\omega, \rho^0/\omega \rightarrow \pi^0\gamma$

図 29、図 30、図 31、図 33 にそれぞれ、Bhabha 散乱、放射 Bhabha 散乱、VCS、 e^+e^- 対消滅におけるハドロン生成のファインマンダイアグラムを示す。また、図 34 と図 35 に VCS と e^+e^- 対消滅が実験室系でどのように観測されるかという模式図を示す。Bhabha 散乱とは、電子と陽電子の弾性散乱で、最低次の断面積は図 29 に示す 2 つのダイアグラム（振幅）の和の 2 乗で当てられる。図 29 の左のダイアグラムのためにバーバー散乱は散乱角が小さいところで巨大な断面積を持つ。放射バーバー散乱 (Radiative bhabha 散乱) とは、図 30 に示すように、光子を一つ放出し、終状態が $e^-e^+\gamma$ である。VCS は Radiative Bhabha 散乱の一種であり、図 30 のファインマン図、実験室系でみた図 34 に示すように一つのビーム電子が実光子を放出してほとんど散乱せずにまっすぐに通る場合に相当している。この反応は光子と電子の弾性散乱であるコンプトン散乱（図 32）と非常によく似ているので、仮想コンプトン散乱 (Virtual compton Scattering: VCS) と呼ばれる。VCS 散乱では図 31 に示すように、実験では、測定器中に高いエネルギーの電子と光子が観測される。また、もう一つのビーム電子はビーム軸方向に逃げているので、観測された電子と光子は $x-y$ 平面で back-to-back である。そのため、この VCS 反応は本研究の課題である $e^+e^- \rightarrow e(e)\pi^0$ と終状態が非常によく似ている。しかも、VCS 反応は本研究事象の約 1000 倍の断面積を持つ。そのため、VCS 反応が本研究において最も重要な背景事象であり、これを取り除くことがとても重要である。

Bhabha 散乱 $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+$

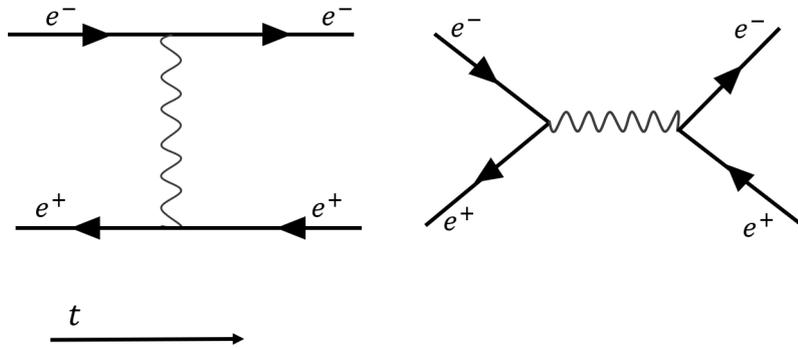


图 29

Radiative Bhabha 散乱 $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+\gamma$

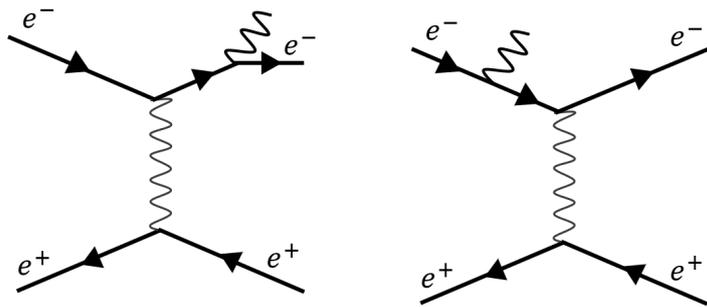


图 30

Virtual Compton Scattering $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+\gamma$

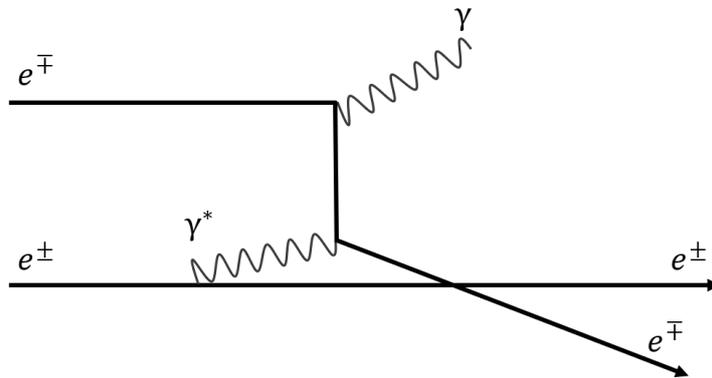


图 31

Compton散乱 $e^- \gamma \rightarrow e^- \gamma$

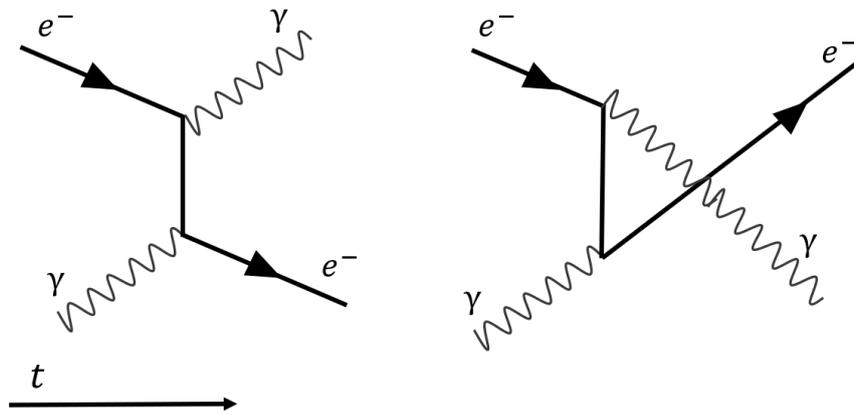


図 32

電子陽電子対消滅 $e^- e^+ \rightarrow q \bar{q}$

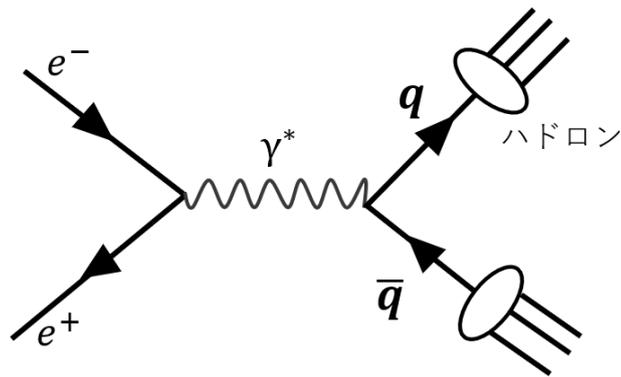


図 33

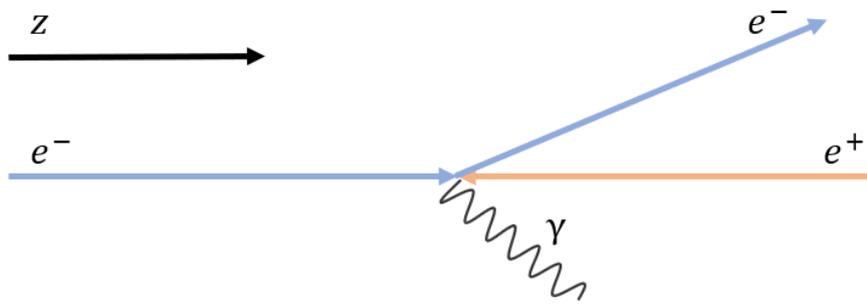


図 34 VCS($e^\pm e^\mp \rightarrow e^\pm (e^\mp) \gamma$) の例

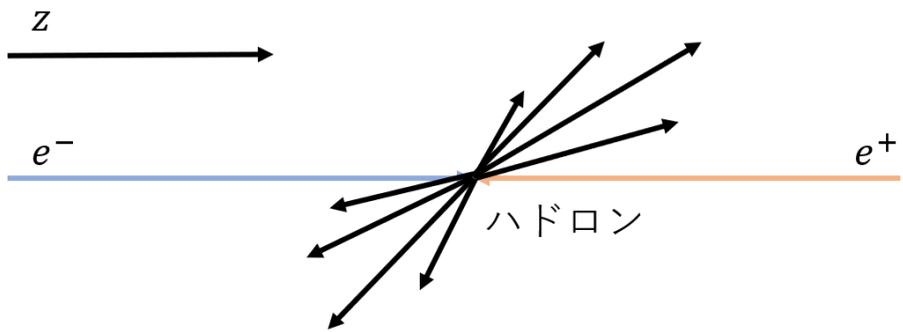


図 35 $e^+ e^-$ 対消滅 ($e^\pm e^\mp \rightarrow \text{ハドロン}$) の例

3.3 使用した実験データ

本解析では、Belle II 測定器で、2019 年 3 月末から 2019 年 12 月末までに測定したデータ (9.7 fb^{-1}) と 2020 年 3 月に測定したデータ (2.7 fb^{-1}) とを合計して 12.4 fb^{-1} のデータを使用した。使用したデータはすべて較正と事象再構成処理が完了している。詳しいデータの内訳を表 8 に示す。表に示すプロジェクト名は Belle II で用いている事象再構成プログラムの名称、実験番号とラン (run) 番号はデータ収集の時につけたデータの識別番号である。ほとんどのデータは重心系のエネルギー 10.58 GeV ($\Upsilon(4S)$ の質量) で収集されているが一部 0.06 GeV 低い (4S off res) エネルギーや $\pm 0.01 \text{ GeV}$ 前後エネルギーの違う点で取られたデータ (4S scan) が含まれている。本研究では、この程度の重心系のエネルギーの違いは無視できる。

表 8 本解析で使用したデータの収集時期と積分ルミノシティ $\int \mathcal{L} dt$ 、ルミノシティの測定精度は 0.6% である。[22]

プロジェクト名	実験番号	ラン (run) の範囲	収集された時期	積分ルミノシティ $\int \mathcal{L} dt [\text{pb}^{-1}]$
proc11	exp7	909-4120	2019 年 3 月～5 月	425.5 ± 2.6
	exp8	43-1022,1036-1554,1835-3123	2019 年 5 月～7 月	4S: 4597 ± 28
	"	1703-1834	2019 年 5 月～6 月	4S offres: 828.2 ± 5.0
	"	1025-1031	2019 年 5 月	4S scan: 38.97 ± 0.23
bucket9	exp10	3130-5902	2019 年 9 月～12 月	3741 ± 23
	exp12	0-1969	2020 年 3 月	2769 ± 17
$\int \mathcal{L} dt [\text{pb}^{-1}]$				12400 ± 75

3.4 モンテカルロ・シミュレーション

本研究の目的は対象の反応過程の断面積を測定することである。そのためにはデータから得られる信号数とともに信号の検出効率を知る必要がある。また、信号の選別条件を決めるためには、様々な観測量について信号事象や背景事象がどのような分布をするか分かっていると便利である。そのために、本研究では以下のようないくつかの疑似事象をモンテカルロシミュレーション (MC) で生成し解析に用いた。なお、生成された MC 事象は、Belle II 測定器の応答をできる限り正確にシミュレーションするプログラムを通した。その後以下に説明するデータから信号を選別するのに使用したと同じ解析プログラムを通すことにより、実際のデータが選別で受ける影響が正確に MC に反映するように工夫している。

3.4.1 信号事象の MC

信号事象の MC は、Belle の解析で用いたものと同じシングル π^0 の事象発生プログラム (ジェネレータ) TREPSBST ([9]) を用いた。電子がタグされた場合 (e-tag) と陽電子がタグされた場合 (p-tag) の事象を独立にそれぞれ 5 万イベント生成し、それを検出器のシミュレーションに通したものを解析に用いた。

表 9 使用した信号事象 MC サンプルおよび Bhabha(BHWIDE)、VCS(TEEGG)MC のまとめ。

サンプル名	統計量
シグナル MC (e-tag)	5.000×10^4 イベント
シグナル MC (p-tag)	5.000×10^4 イベント
BHWIDE	2.599×10^7 イベント
TEEGG	1.009×10^8 イベント

3.4.2 背景事象の MC

本研究過程において最大の背景事象はバーチャルコンプトン散乱 (Virtual Compton Scattering: VCS) と呼ばれる過程である。この過程は図 30 で示したように、検出器内に高いエネルギーの電子と光子が生成される反応である。この事象は終状態に高いエネルギーの電子が 1 個存在し、かつビーム軸方向に電子が逃げている点が信号と同じで、唯一の違いは、もう一つの観測粒子が π^0 か γ かである。先に述べたように VCS の断面積は信号の 1000 倍近くあり、これが本過程において最大のバックグラウンドとなる。背景事情のシミュレーションには、BHWIDE と TEGG を用いた ([23], [24])。BHWIDE は任意の数の光子の生成をシミュレーションできるが、電子と陽電子が 150 mrad 以上の散乱角を散乱するときに制限されている。そのため BHWIDE で発生した事象には今回問題となる VCS のように一つのビーム電子が散乱角ゼロで通過するような事象は含まれていない。一方、TEEGG は VCS 事象の発生に特化したプログラムである。ただし、TEGG には多数の光子の発生は考慮されていない。以下に BHWIDE と TEGG に課されているプレセレクションの条件を記載する。

- 1 最大で一つの横運動量 P_t が 0.1GeV 以上、極角が $11^\circ \sim 155^\circ$ の荷電粒子がある。
- 2 少なくとも一つのエネルギーが 0.35GeV 以上、極角が $(32.2-5.0)^\circ \sim (128.7+5.0)^\circ$ の光子がある。

3.5 信号事象の選別

実験で収集したデータには電子・陽電子衝突で起こる様々な過程の物理事象とともにビーム・ガス散乱や宇宙線による事象も含まれている。このような多量のデータから本研究対象の事象を選別するために、いくつかのステップに分けて事象を選別した。そのステップは大きく 4 つのステップに分けられる。

- (1) 正しく再構成された荷電粒子と中性粒子 (光子) の条件
- (2) 前段階の大まかな事象選別 (スキム)
- (3) 他方の電子がビーム軸方向に逃げていることの保証
- (4) 信号 ($e(e)\pi^0$) 事象の抽出

3.5.1 (1) 正しく再構成された荷電粒子と中性粒子 (光子) の条件

ビーム・ガス散乱事象を除き、ビームの衝突点付近から生成された荷電粒子を選択するために、CDC や SVD を用いて再構成されたトラックに対して、x-y 平面でのビーム軸とトラックの最近接距離 (d_0) が 0.5 cm 以下で、ビームの衝突点から最近接点までの z 方向の距離の絶対値 ($|dz|$) が 2 cm 以下であることを要求す

る。また、トラックの横方向の運動量成分 (p_T) が 0.15 GeV 以上であることを要求する。Belle II 実験では、検出器の磁場の方向 (ほぼ電子ビームの方向に等しい) が z 軸で、鉛直上向きは y 軸、 $y \times z$ の方向が x 軸 (これは水平面でリングの外向き) という座標軸を用いている。 $p_T > 0.15$ GeV という条件は、CDC 中の荷電トラックが CDC の磁場中を旋回しないという条件である。

タグされた電子には、カロリメータで測定されたエネルギーが 1.5 GeV でそれに接続する荷電トラックが存在し、かつ、電子である確率が 0.7 以上であることを要求した。粒子が電子である確率は、CDC で測定して運動量 (P) と ECL で測定されたエネルギー (E) の比 (E/P) と CDC で観測したエネルギー損失 (dE/dx) を利用して決めている。

本研究対象の事象では、電子のトラック以外にトラックが飛跡検出器で観測されていないことが必要である。その時に数えるトラックの条件として、トラックの d_0 , z_0 , pt には上記と同じ条件を課しかつトラックは電子と識別されていないこと (電子である確率が 0.7 以下) を要求した。

図 36 と図 37 に上記の条件で選別された電子 (陽電子) の実験系でのエネルギーの分布、実験系の角度分布を示す。

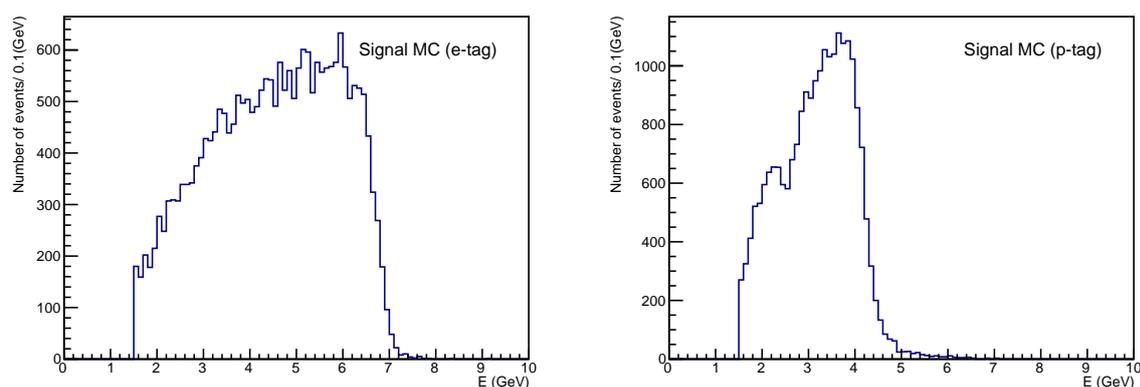


図 36 タグされた電子 (左; e-tag) 及びタグされた陽電子 (右; p-tag) の実験系でのエネルギー分布。信号事象MCサンプルを使用。1.5GeV のところがシャープに切れているのはタグの条件として $E > 1.5$ GeV を要求したためである。

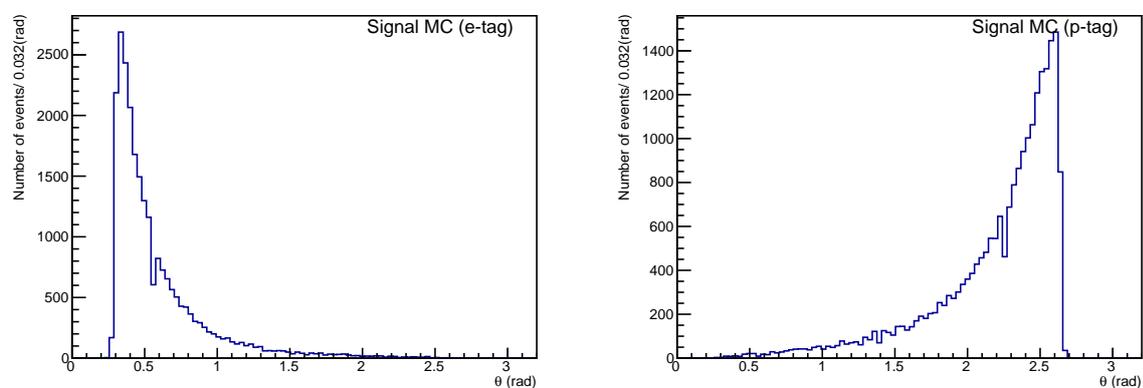


図 37 タグされた電子 (左; e-tag) 及びタグされた陽電子 (右; p-tag) の実験系での角度 θ の分布。信号事象MCサンプルを使用。

光子の候補と粗い π^0 の条件

- ・ ECL で再構成されたクラスターのうち、エネルギーが 0.1 GeV 以上で、トラックの軌跡とつながっていないクラスターを光子の候補とする。
- ・ 2つの光子の角度 θ が ECL のアクセプタンスの条件である 0.3 (radian) から 2.6 (radian) にあること。
- ・ そのような光子の任意の対を選んで、 $\gamma\gamma$ 系不変質量が 0 から 0.5 GeV の範囲で、 $\gamma\gamma$ 系のエネルギーが 0.5 GeV 以上のものを π^0 の候補とする。バックグラウンドの様子を見るために π^0 の質量領域を広くとった。

3.5.2 (2) 前段階の選別条件 (スキム条件)

事象選別する前にデータ量を減らすために、データ解析の前段階で課した条件のことをスキム (skim) 条件と呼ぶ。スキムでは以下の条件を要求した。

- 1 タグの条件 ($E > 1.5 \text{ GeV}$, 電子の確率 > 0.7) を満たす電子または陽電子が 1 個
- 2 緩い条件 ($0 < M_{\gamma\gamma} < 0.5 \text{ GeV}$, $E_{\gamma\gamma} > 0.5 \text{ GeV}$) の π^0 候補の数が 1 個。
- 3 電子と識別されていない (電子の確率 < 0.7) の荷電粒子の数が 0 本

これ以降この 3つの条件を満たした事象をスキム条件を満たした事象とよぶ。

3.5.3 (3) 検出できていない一つの電子 (陽電子) がビーム軸方向に逃げていることを保証する条件

本研究事象は、検出できていない一つの電子 (または陽電子) がビーム軸方向に逃げている本解析でその 3つの条件として、以下の 3つの変数 ($M_{missing}^2$ 、 $|\pi - \phi_{opene\pi}^*|$ 、 $\cos\theta_{e\pi}^*$) を用いた。

- 1 $M_{missing}^2$
 $M_{missing}^2$ は $M_{missing}^2 = (p_e^- + p_e^+ - p_e^{tag} - p_{\pi^0})^2$ で定義される。ここで、 p_e^\pm はビーム電子と陽電子の 4元運動量、 p_e^{tag} と p_{π^0} はタグされた電子と π^0 候補の 4元運動量である。信号事象であれば $M_{missing}^2$ はビーム報告に逃げた電子の質量の 2乗に対応するのではほぼ 0 GeV^2 でなければならない。
 終状態でビーム軸に逃げているのは電子または陽電子なので、検出されていない粒子の質量は電子か陽電子の質量にならなければいけない。
- 2 $|\pi - \phi_{opene\pi}^*|$
 $\phi_{opene\pi}^*$ は重心系での x-y 平面のタグされた e と π^0 の間の角度である。
 図 38 は電子陽電子衝突の実験系でのイメージである、研究事象は終状態に電子、 π^0 のみであり、電子陽電子どちらか一方はビーム軸に逃げているので、検出されるのは電子と π^0 の二つで電子と π^0 が重心系での x-y 平面で back-to-back になっていなければならない。そのため、信号事象に対して $|\pi - \phi_{opene\pi}^*|$ はほぼゼロである。
- 3 $\cos\theta_{e\pi}^*$
 $\theta_{e\pi}^*$ は重心系での電子と π^0 の合成ベクトルと z 軸との間の角度である。
 図 39 は重心系で信号事象の電子と π^0 合成ベクトルの方向は、逃げた電子の逆方向でこれもビーム方向に向いていることが期待される。したがって、信号事象の $\cos\theta_{e\pi}^*$ はほぼ ± 1 であることが期待される。

(2) スキム条件を通過した事象に対する、 $M_{missing}^2$ 分布 (図 41)、 $|\pi - \phi_{opene\pi}^*|$ 分布 (図 43)、 $|\cos\theta_{e\pi}^*|$ 分布

図 38 電子陽電子衝突の重心系でのイメージ

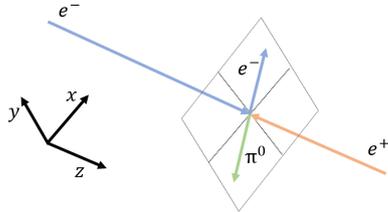
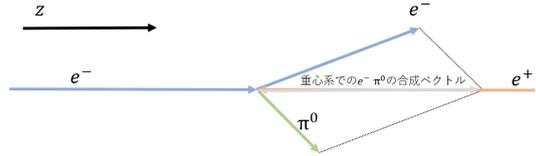


図 39 z 軸方向垂直にみた、電子陽電子衝突の重心系でのイメージ



(図 45) とこれらの分布と 2 光子の不変質量 $M_{\gamma\gamma}$ との 3 次元プロットをそれぞれ図 40, 図 42, 図 44 に示す。なお、各図において、左からデータ、シグナルMC、放射パーバー MC(BHWIDE)、右仮想光子コンプトン散乱 VCS (TEEGG) である。

図 41 から分かるように、 $M_{missing}^2$ は信号事象においてゼロに近い領域にピークが見られるが、VCS やデータにおいてもゼロ付近にエンハンスがみられる。また、図 40 から分かるように、信号は $M_{\gamma\gamma}$ が π^0 のところに鋭いピークが観測されるがデータにおいてはそのようなすどいピークはみられない。これは、段階ではデータはほとんど背景事象で占められていることを示している。

図 42 は $|\pi - \phi_{open\pi}^*|$ vs $M_{\gamma\gamma}$ の図である。真ん中のシグナルサンプルを使用した分布を見ると、 $|\pi - \phi_{open\pi}^*| = 0$ 付近に分布が集中していることが確認できる。これより、 $|\pi - \phi_{open\pi}^*| < 0.25$ を信号領域とする。

図 44 は $|\cos\theta_{e\pi}^*|$ vs $M_{\gamma\gamma}$ の図である。真ん中の SignalMC サンプルを使用した分布を見ると、 $|\cos\theta_{e\pi}^*| = 1$ 付近に分布が集中していることが確認できる。

表 10 検出できていない一つの電子（陽電子）がビーム軸方向に逃げていることを保証するために用いた条件のまとめ。

変数の名前と条件
$-10[\text{GeV}^2] < M_{missing}^2 < 20[\text{GeV}^2]$
$ \pi - \phi_{open\pi}^* < 0.25$ [radian]
$ \cos\theta_{e\pi}^* > 0.98$

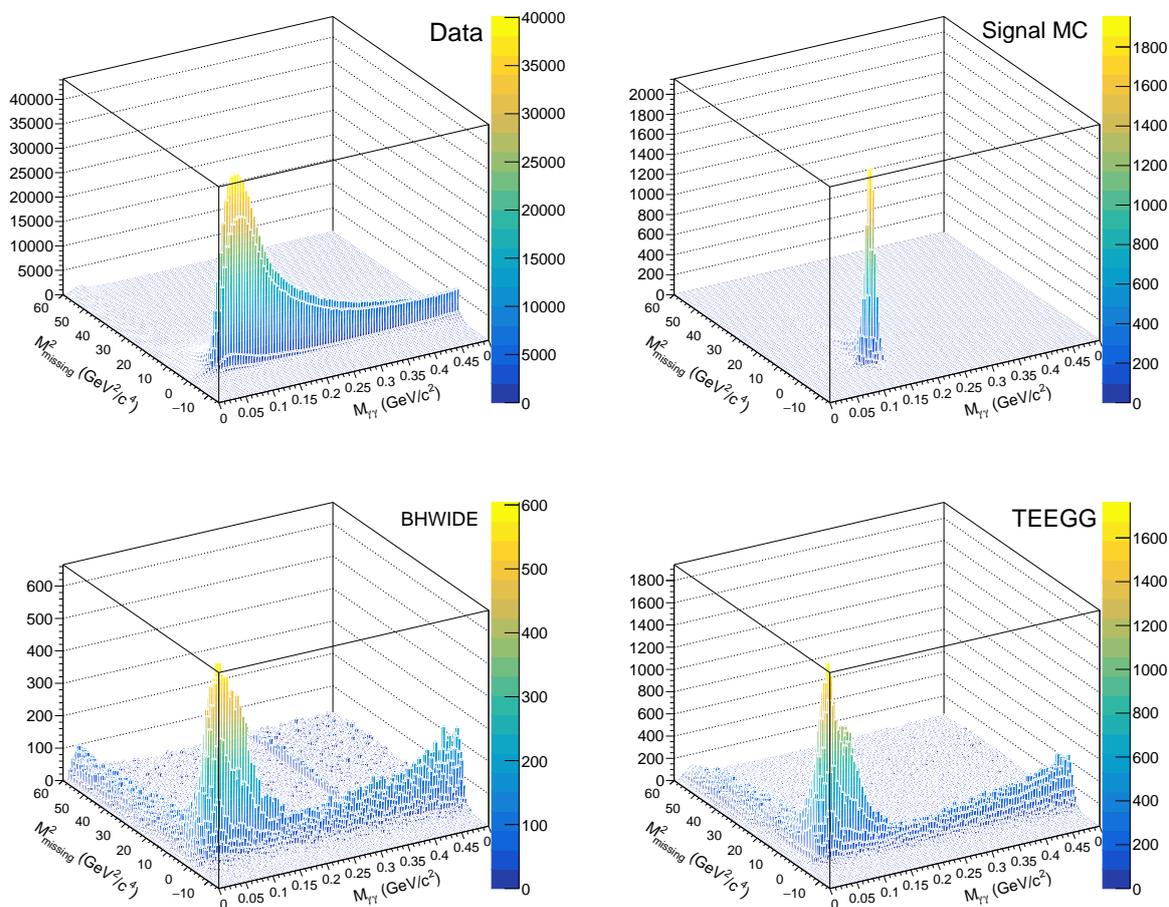


図 40 スキム条件を通過した事象に対する $M_{\gamma\gamma}$ vs $M_{missing}^2$ の分布。左上から、データ、シグナル MC、放射バーバー MC(BHWIDE)、仮想光子コンプトン散乱 (VCS) である。以下図 45 まで同じ配列である。

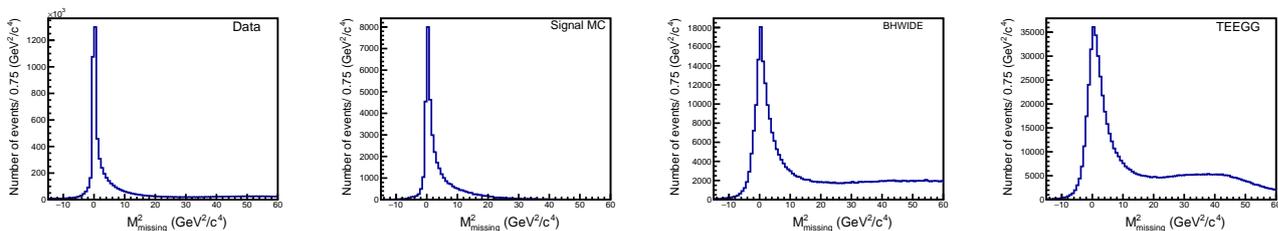


図 41 スキム条件を通過した事象に対する $M_{missing}^2$ 分布。図の順番は図 40 と同じ。

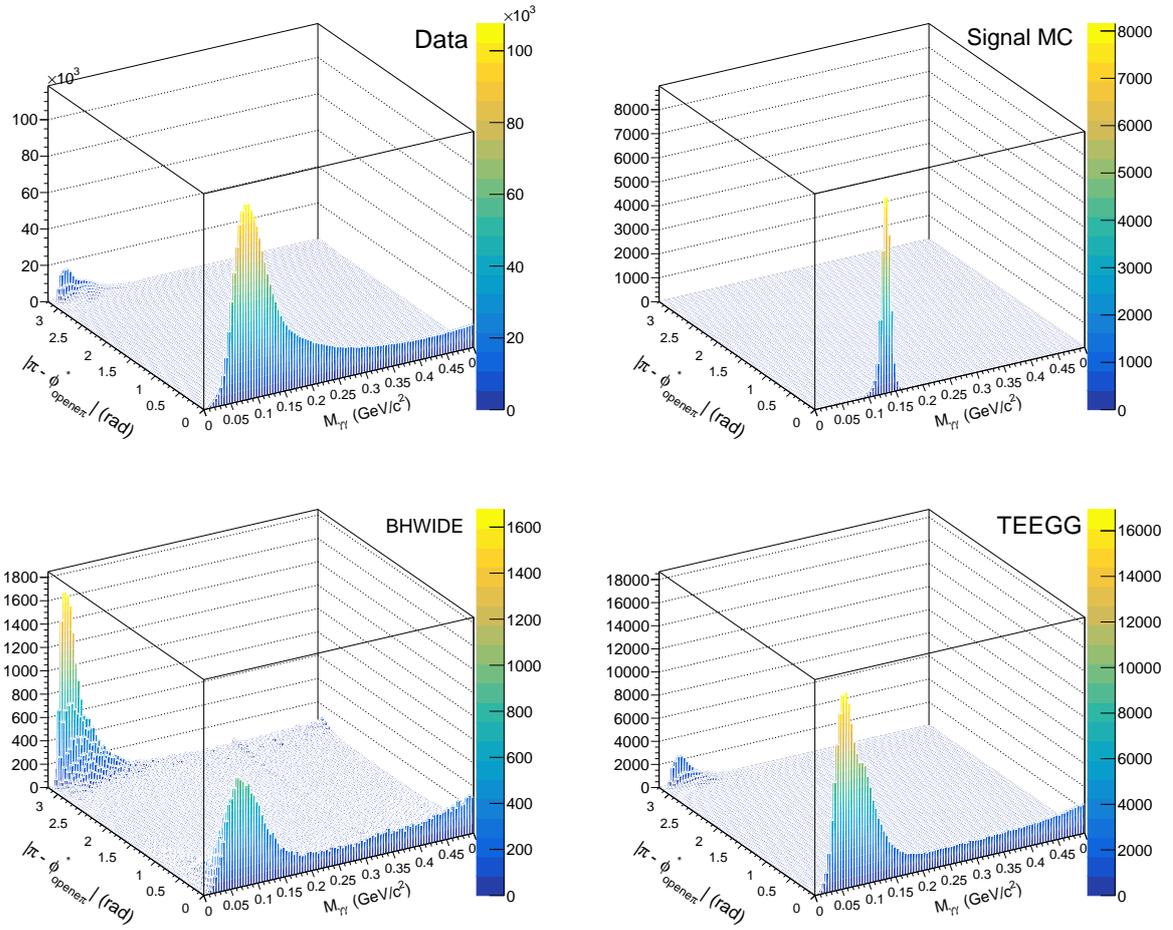


図 42 スキム条件を通過した事象に対する $M_{\gamma\gamma}$ vs $|\pi - \phi_{open\pi}^*|$ の分布。図の順番は図 40 と同じ。

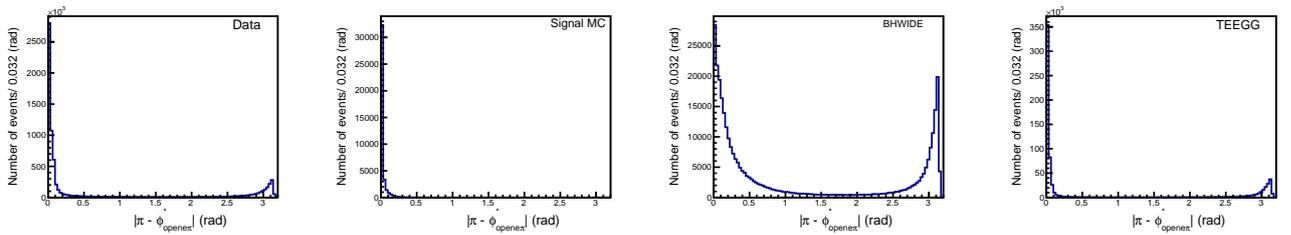


図 43 スキム条件を通過した事象に対する $|\pi - \phi_{open\pi}^*|$ の分布。図の順番は図 40 と同じ。

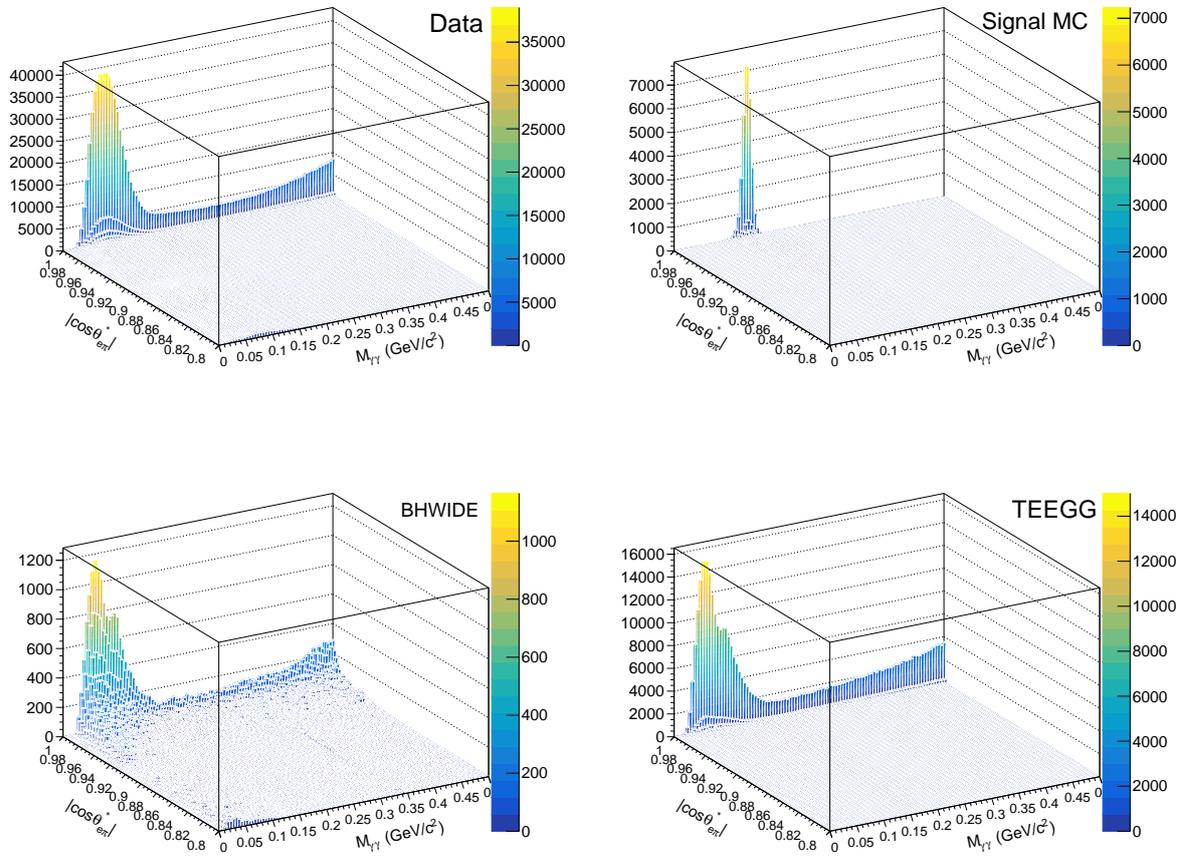


図 44 スキム条件を通過した事象に対する $M_{\gamma\gamma}$ vs $|\cos\theta_{e\pi}^*|$ の分布。図の順番は図 40 と同じ。

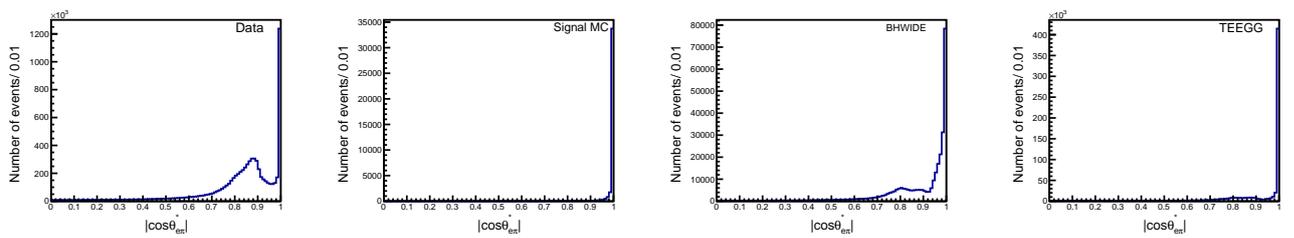


図 45 スキム条件を通過した事象に対する $|\cos\theta_{e\pi}^*|$ の分布。図の順番は図 40 と同じ。

3.5.4 (4) VCS 事象を軽減する条件

本研究事象の主な背景事象は VCS であり、最大の違いは終状態に π^0 が含まれているかいないかである。 $M_{\gamma\gamma}$ は $\gamma\gamma$ の再構成質量であり、この再構成質量と上記に上げた条件を比較することで信号事象を選別できているか確認できる。

本研究の最大の背景事象は仮想光子のコンプトン散乱 (VCS) 事象である。VCS 事象には終状態に電子と光子が生成され、かつもう一つの電子はビーム方向に逃げているので、信号事象と特徴がよく似ている。実際、図 40 の右図の VCS MC サンプルを使用した分布をみて分かるように、VCS 事象も $M_{missing}^2 \approx 0$ 付近に分布している。また、 $|\pi - \phi_{open\pi}^*|$ や $|\cos\theta_{e\pi}^*|$ 分布においても、信号と同様に、 $|\pi - \phi_{open\pi}^*| \approx 0$ 、 $|\cos\theta_{e\pi}^*| \approx 1$ 付近に分布が集中している。従って、前章までの選別では多くの VCS 背景事象が残ったままである。信号と VCS 事象との違いは終状態に π^0 が存在するか、光子のみかである。VCS の場合、生成される光子は 1 個である。しかしながら、実験的には ECL で再構成されたクラスターの数として光子の数を数えているので、以下のような理由で余分なクラスターを光子とみなしてしまうことが起こる。

(1) 1 個の光子または電子が入射をして 2 個以上のクラスターを再構成する場合。2 個目にクラスターは一個目のクラスターの近くに形成され、低エネルギーのクラスターが多い。

(2) 光子の電子対生成 ($\gamma \rightarrow e^+e^-$) により 2 個のクラスターができる場合。このとき、2 つのクラスターの極角 (θ_γ) が非常に近い。

(3) ビーム・ガス反応により生成されたクラスター。この場合、一個目のクラスターとの位置の相関はない。

以上の特徴を考慮して、信号と VCS 事象を区別するための変数として、以下の 3 つの観測量を利用した。

1 $E_{\gamma\gamma}\Delta\theta$

$E_{\gamma\gamma}$ は二つの光子のエネルギー、 $\Delta\theta = |\theta_{\gamma 1} - \theta_{\gamma 2}|$ は二つの光子の極角の差である。

図 46 に示すように、 $E_{\gamma\gamma}\Delta\theta$ はデータや放射バーバー散乱、VCS 背景事象では、ゼロに事象が集中している。これは主として上記 (2) の $\gamma \rightarrow e^+e^-$ 変換によるものである。一方信号の $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ では $E_{\gamma\gamma}\Delta\theta$ が 0.25 付近にピーク構造を示す。これは、3.1.1 章や図 28 で説明したように、 $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 崩壊の多くが開き角の最低値 θ_{open}^{min} 付近に集中するためである。以上の結果より、信号事象の条件として $E_{\gamma\gamma}\Delta\theta > 0.1$ を課すことにする。

2 $\cos\theta_h$

$\cos\theta_h$ は π^0 の静止系における光子の放出方向と π^0 の方向との間の角である (図 27 参照)。これをヘリシティ角と呼ぶ。 π^0 のスピンはゼロであるので、 $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 崩壊の $\cos\theta_h$ 分布は一様である。一方、上記の (1) のような理由で、シャワーの再構成により余分なクラスターが不随した場合には、その 2 番目のクラスターはエネルギーが低くかつ主のクラスターの近くに形成されることが多い。そのため、 $\cos\theta_h$ が ± 1 の近くに分布する。実際、図 47 に示すように、データの $\cos\theta_h$ 分布はフラットで、データや VCS 等のバックグラウンドは ± 1 に鋭いピーク構造を示す。以上より、信号を選択する条件として、 $-0.6 < \cos\theta_h < 0.6$ を要求した。

3 $|\cos\theta_\pi^*|$

θ_π^* は電子・陽電子ビームの重心系における π^0 のビーム軸に対する極角 (θ) である。図 48 に示すように、信号事象に対して $|\cos\theta_\pi^*|$ はほぼフラットである。一方、放射バーバーや VCS 背景事象では、前方と後方に鋭いピークを示す。これは偽の π^0 が多く前方や後方で形成されていることを示す。このような背景事象を除くために、 $|\cos\theta_\pi^*| < 0.8$ を要求した。

図 46、図 47、図 48 はそれぞれ、スキム条件（以降カット 1 と呼ぶ）と検出できていない一つの電子（陽電子）がビーム軸方向に逃げている条件（以降カット 2 と呼ぶ）を入れた後の $E_{\gamma\gamma}\Delta\theta$ 、 $\cos\theta_h$ 、 $|\cos\theta_\pi^*|$ の分布を示す。

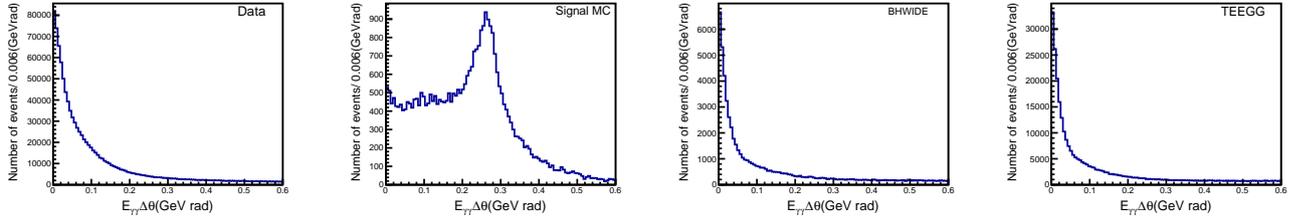


図 46 スキム条件（カット 1）と検出できていない一つの電子がビーム軸方向に逃げている条件（カット 2）を入れた後の $E_{\gamma\gamma}\Delta\theta$ の分布。左から、データ、信号 MC。放射バーバー (BHWIDE)、VCS 背景事象 (TEEGG) を示す。

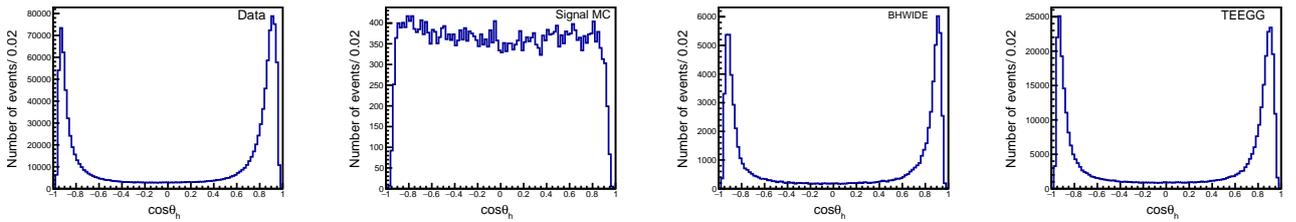


図 47 カット 1 とカット 2 の条件を要求後の $\cos\theta_h$ の分布。図の順番は図 46 と同じ。

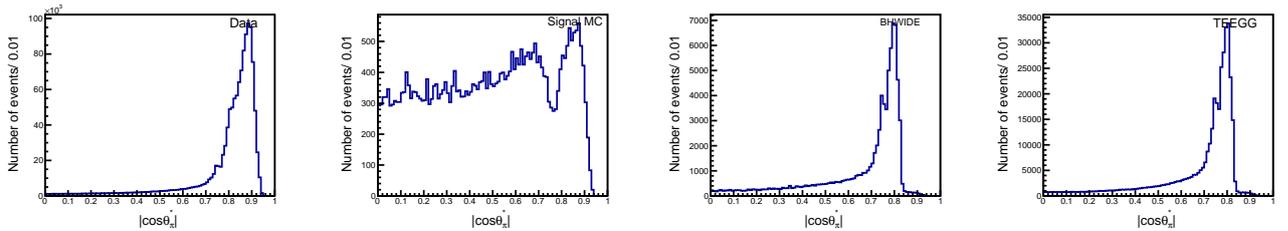


図 48 カット 1 とカット 2 の条件を要求後の $|\cos\theta_\pi^*|$ の分布。図の順番は図 46 と同じ。

データでは、 $|\cos\theta_\pi^*|$ が 0.75 から 0.9 に集中している。一方、放射バーバー散乱や VCS 背景事象では、0.7 から 0.85 まで、0.85 から 0.90 の事象が欠けている。これは、これらの MC のシミュレーションで時間を節約するために入れたプレセレクションのためである。実際にはこの領域にこれらの過程からのバックグラウンドが存在すると予想される。

本研究では、それぞれの分布を考慮し、以下の表のように VCS 選別条件を決めた。

念のために、VCS 事象選別のために用意した 3 つの変数がそれぞれ独立に有効的であることを確認するために、3 つの条件のうちどれか 2 つの条件を入れた後の、残りの 1 つの変数の分布を確認した。その結果を図 49、図 50、図 51 に示す。

表 11 主として VCS の背景事象を除くための選別条件

変数の名前と条件
$E_{\gamma\gamma}\Delta\theta > 0.1[\text{GeV}\cdot\text{radian}]$
$ \cos\theta_h < 0.6$
$ \cos\theta_\pi^* < 0.8$

図 49 はカット 1 とカット 2 及び $-6 < \cos\theta_h < 6$ と $|\cos\theta_\pi^*| < 0.8$ を入れた後の $E_{\gamma\gamma}\Delta\theta$ の分布である。以上の条件を入れた後でも、データと背景事象の MC に $E_{\gamma\gamma}\Delta\theta \sim 0$ に鋭いピークを示す。そのため、 $E_{\gamma\gamma}\Delta\theta > 0.1$ の要求は、他の 2 つでは落とせない背景事象を落とすのに有効である。同様に、図 50 と図 51 は、データは他の 2 つの要求を入れたあとでも、見ている分布において、背景事象から期待されるところに、鋭いピーク構造を示す。そのため、この 3 つの条件は背景事象を落とすために不可欠な条件であることが確認できた。

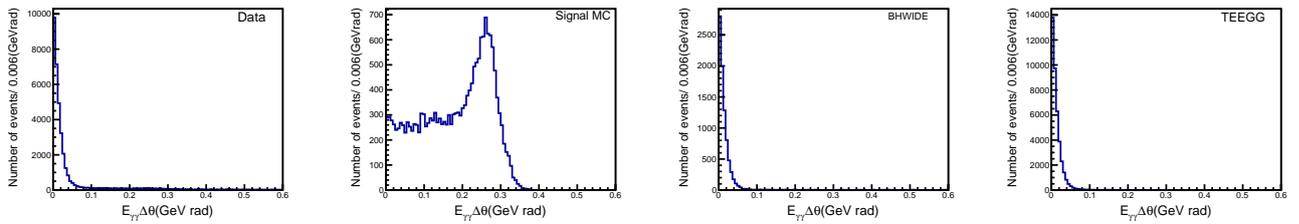


図 49 カット 1、カット 2 および $-6 < \cos\theta_h < 6$ と $|\cos\theta_\pi^*| < 0.8$ を入れた後の $E_{\gamma\gamma}\Delta\theta$ の分布。図の順番は図 46 と同じ。

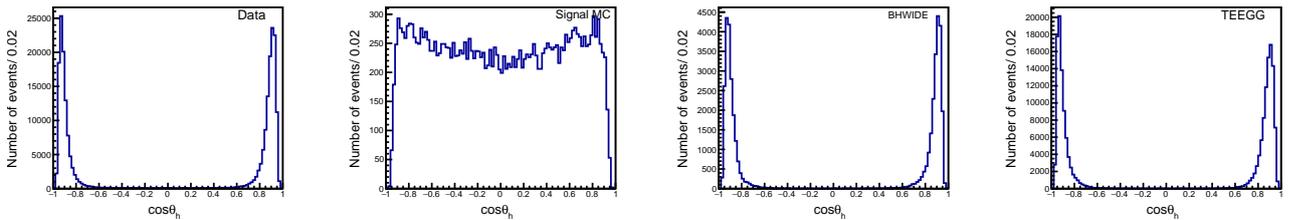


図 50 カット 1、カット 2 および $E_{\gamma\gamma}\Delta\theta > 0.1$ と $|\cos\theta_\pi^*| < 0.8$ を入れた後の $\cos\theta_h$ の分布。図の順番は図 46 と同じ。

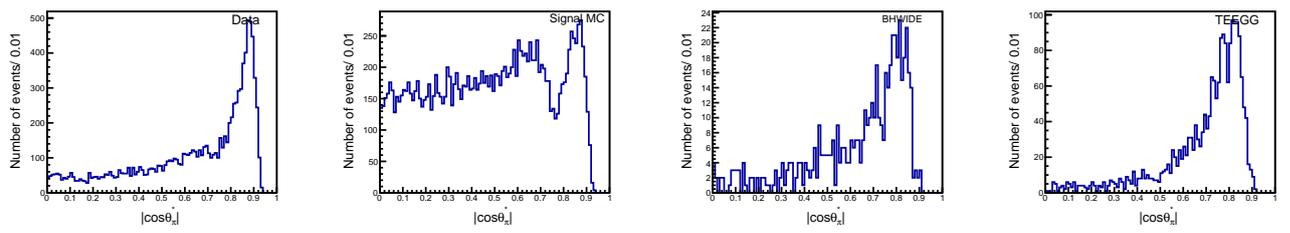


図 51 カット 1、カット 2 および $E_{\gamma\gamma}\Delta\theta > 0.1$ と $-6 < \cos\theta_h < 6$ を入れた後の $|\cos\theta_\pi^*|$ の分布。図の順番は図 46 と同じ。

3.6 事象選別条件によるイベント数の変化のまとめ

上記で説明したスキム条件をカット 1、検出できていない一つの電子（陽電子）がビーム軸方向に逃げていることを保証する条件をカット 2、VCS 事象を取り除く条件をカット 3 とする。表 12 に各ステップの選別において事象数がどのように変化したかをまとめた。表から分かるように、カット 3 において、大きく事象数が減少していることが分かる。一方、カット 3 における信号の検出効率の低下率は 40% (=13884/34408) で許容範囲内である。また、カット 3 で、放射バーバー散乱は 0.5% (390/81443)、VCS 背景事象は 0.4% (=1365/377480) にまで減少できている。このようにカット 3 は背景事象の減少に非常に有効な選別条件である。

表 12 条件によるイベント数の変化 3 列から 5 列のカッコ () 内の数字は、データのルミノシティに換算した時に期待される各背景事象の事象数である。

	条件なし	カット 1	カット 1+ カット 2	カット 1+ カット 2+ カット 3
実験データ	$6.210 \times 10^9 (12.4 \text{fb}^{-1})$	7.317×10^6	1.214×10^5	5973
信号事象 MC	1.000×10^5	3.961×10^4	3.440×10^4	13880
BHWIDE	2.599×10^7	3.155×10^5	8.144×10^4	390
TEEGG	$7.392 \times 10^7 (11.5 \text{fb}^{-1})$	$6.964 \times 10^5 (7.496 \times 10^5)$	$3.775 \times 10^5 (4.063 \times 10^5)$	1365(1469)

3.7 最終選別に残った事象に対する 2 光子不変質量 ($M_{\gamma\gamma}$) 分布

以上のすべての選別条件を通過した事象数は 5973 事象である。この事象の 2 光子の不変質量分布を図 52 に示す。図 52 では電子でタグした場合 (e-tag) と陽電子でタグした場合 (p-tag) に分けて、 Q^2 の領域ごとに $M_{\gamma\gamma}$ 分布を示した。図 52 から分かるように、特に $Q^2 < 10 \text{GeV}^2$ の領域において、 $e^+e^- \rightarrow e(e)\pi^0$ 過程に対応するきれいな π^0 信号が見えている。

また、比較のために、データと同じ選別条件を通過した信号の MC サンプルに対する $M_{\gamma\gamma}$ 分布を図 53、放射バーバー MC に対する $M_{\gamma\gamma}$ 分布を図 54、主要な背景事象である VCS 事象の $M_{\gamma\gamma}$ 分布を図 55 に示す。

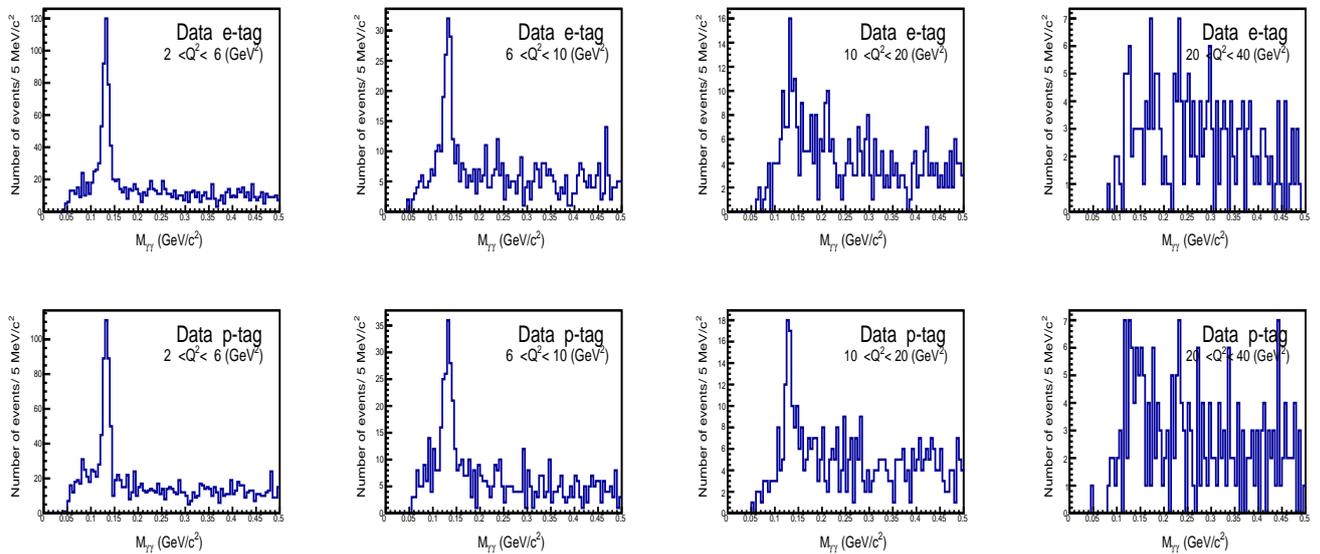


図 52 最終選別条件を通過した実験データに対する $M_{\gamma\gamma}$ の分布。上図が電子をタグ (e-tag) の場合、下図が陽電子をタグ (p-tag) の場合である。

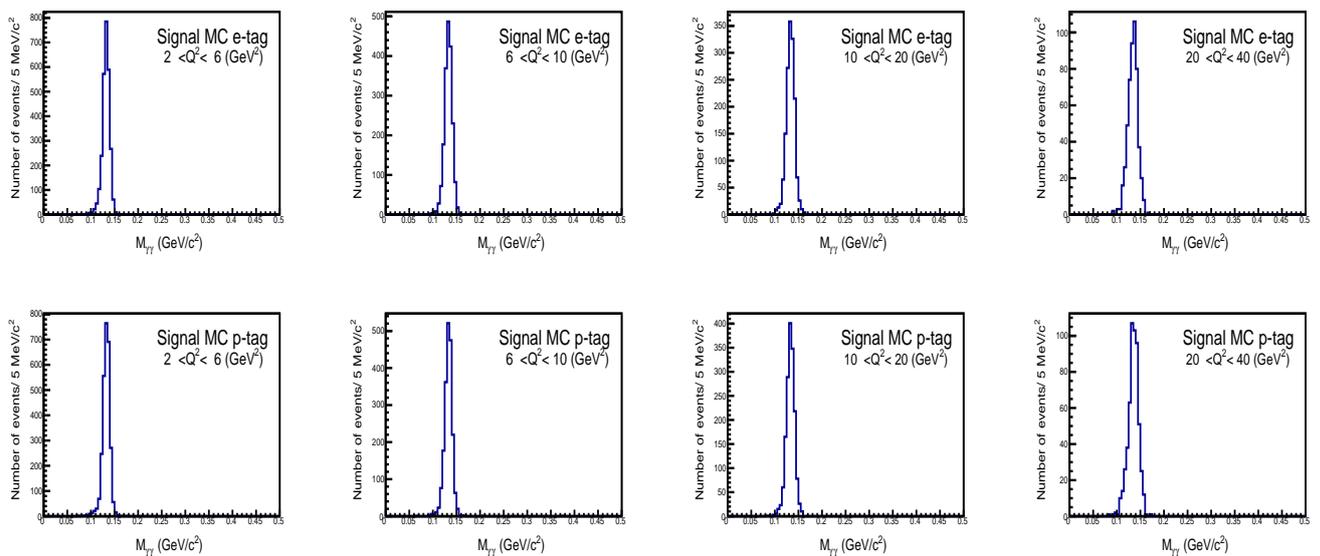


図 53 最終選別条件を通過した信号 MC 事象に対する $M_{\gamma\gamma}$ の分布。図の順番は図 52 と同じ。

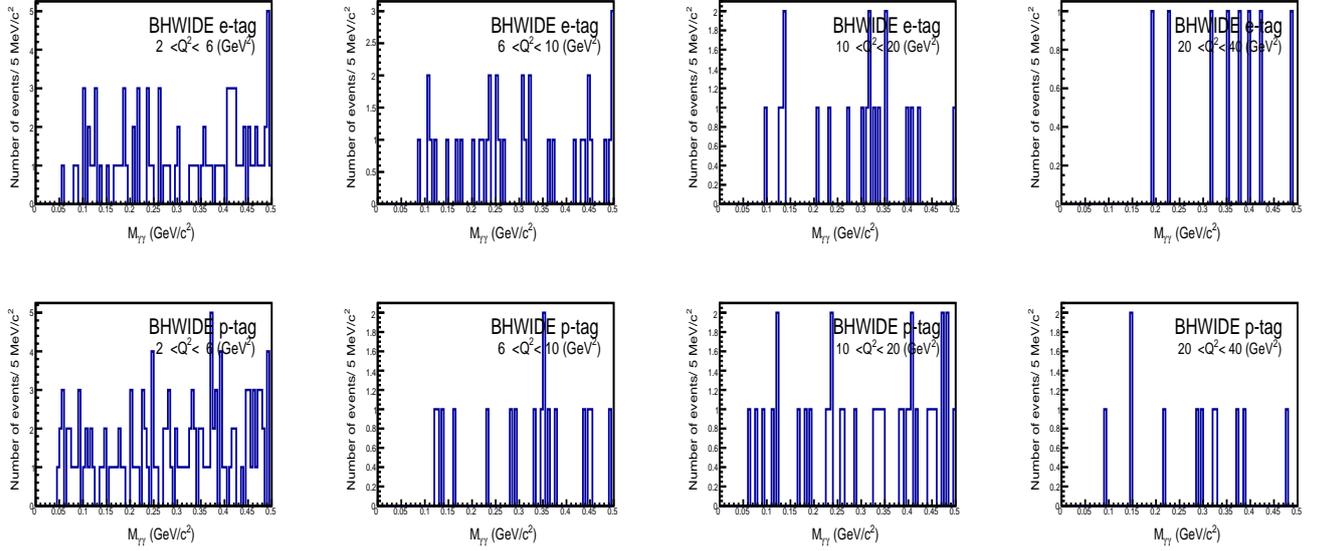


図 54 最終選別条件を通過した放射バーバー MC(BHWIDE) 事象に対する $M_{\gamma\gamma}$ の分布。図の順番は図 52 と同じ。

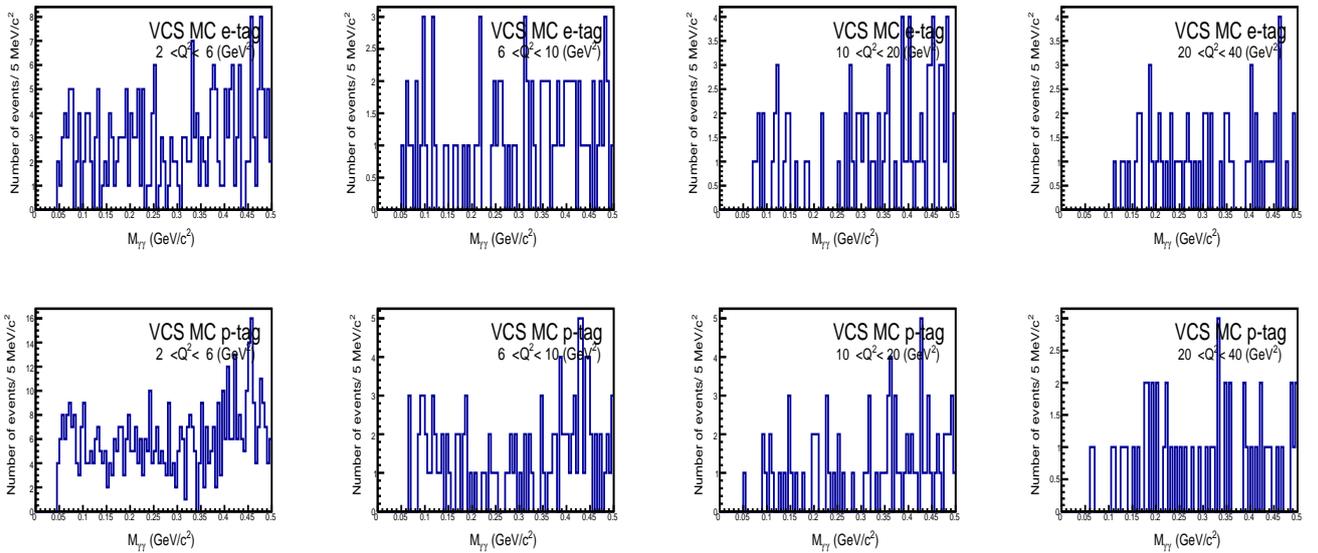


図 55 最終選別条件を通過した VCS MC(TEEGG) 事象に対する $M_{\gamma\gamma}$ の分布。図の順番は図 52 と同じ。

3.8 検出効率

信号事象の検出は、信号 MC サンプルを用いて、式 (22) から求めた。ここで、インデックス i は Q^i の領域番号、分母の $N_{gen,i}$ は i 番目の Q^2 の領域に生成された事象数で、分子の $N_{obs,i}$ は前節で説明したすべての選別条件を通過した事象数である。 Q^2 の領域を決めるための事象ごとの Q^2 の値はどちらも真の Q^2 の値 (Q_{gen}^2) を用いた。

$$\text{検出効率 } \eta_i = \frac{N_{obs,i}}{N_{gen,i}} \quad (22)$$

検出効率 η の MC の統計による誤差 ($\Delta\eta$) は、式 23 を用いて求めた。

$$\text{検出効率の誤差 } \Delta\eta = \sqrt{\frac{\eta(1-\eta)}{N_{gen,i}}} \quad (23)$$

検出効率の結果を図 56 に示す。図では、e-tag と p-tag の場合を別々に示した。 Q^2 が 10GeV 付近での検出効率は e-tag、p-tag 両方とも 23% 程度である。図 57 に Belle 実験での検出効率の図を示す。 Q^2 が 10GeV 付近での検出効率は e-tag で 5%、p-tag で 10% 程度である。この領域での検出効率は 2 倍から 4 倍良くなっていることがわかる。これは Bhabha veto の精度がよくなっていると考えられる。

両方の場合において、検出効率は Q^2 が 10GeV 付近で最高で約 23%、その後 Q^2 が高くなるに従って検出効率が下がっていき、 Q^2 が 40GeV² 付近で検出効率は 8-10% 程度である。このように Q^2 が上昇すると検出効率が下がる理由は、 Q^2 があがるにしたがって π^0 の平均運動量が上昇するためと思われる。 π^0 の運動量が高くなると図 58 のように、二つの光子の間の角度が狭くなり、この角度が数度以下になると、ECL で観測する二つの光子のクラスターが重なってしまい、クラスターを二つに分けることが難しくなる。本解析では、前提条件として二つ以上のクラスターが存在することを要求しているため、クラスターが一つになった信号事象は事象選別の段階で落ちることになり、そのために検出効率が低下している。このような事象を信号として拾い上げる方法を検討することが今後の課題である。また、 $Q^2 \sim 5\text{GeV}^2$ で検出効率が下がっている理由も今後調べる必要がある。

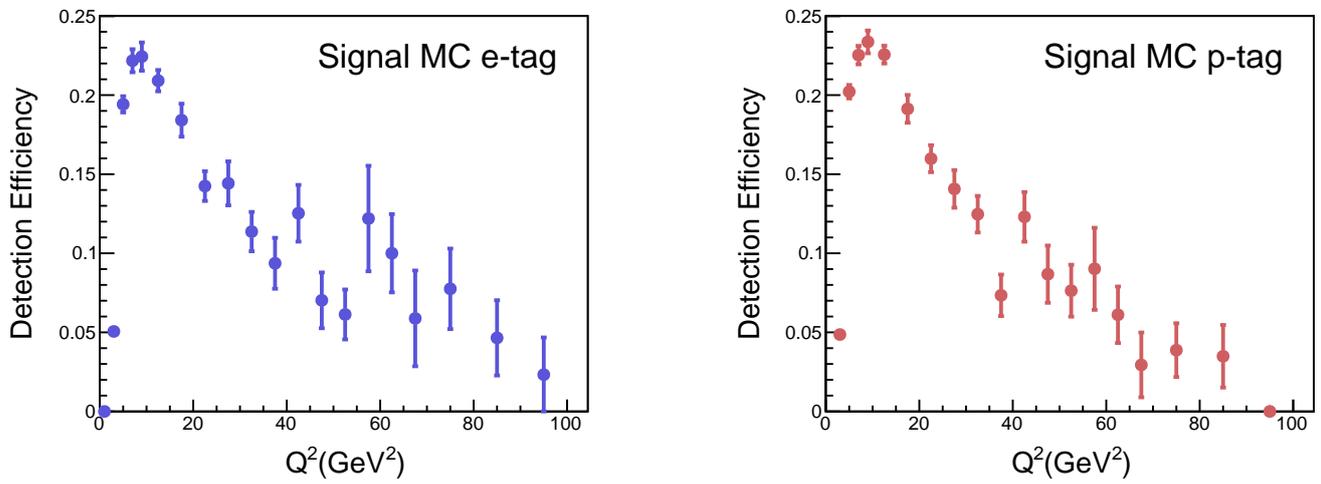


図 56 検出効率 (η) の Q^2 依存性。左側が e-tag、右側が p-tag の場合である。

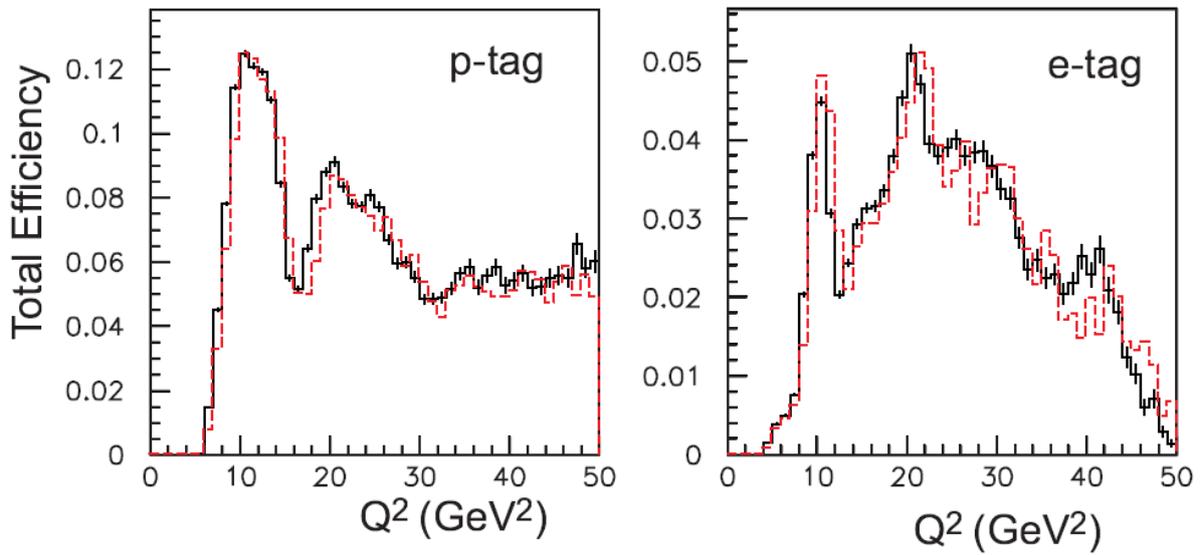


図 57 Belle 実験での検出効率 (η) の Q^2 依存性。左側が p-tag、右側が e-tag の場合である。[9]

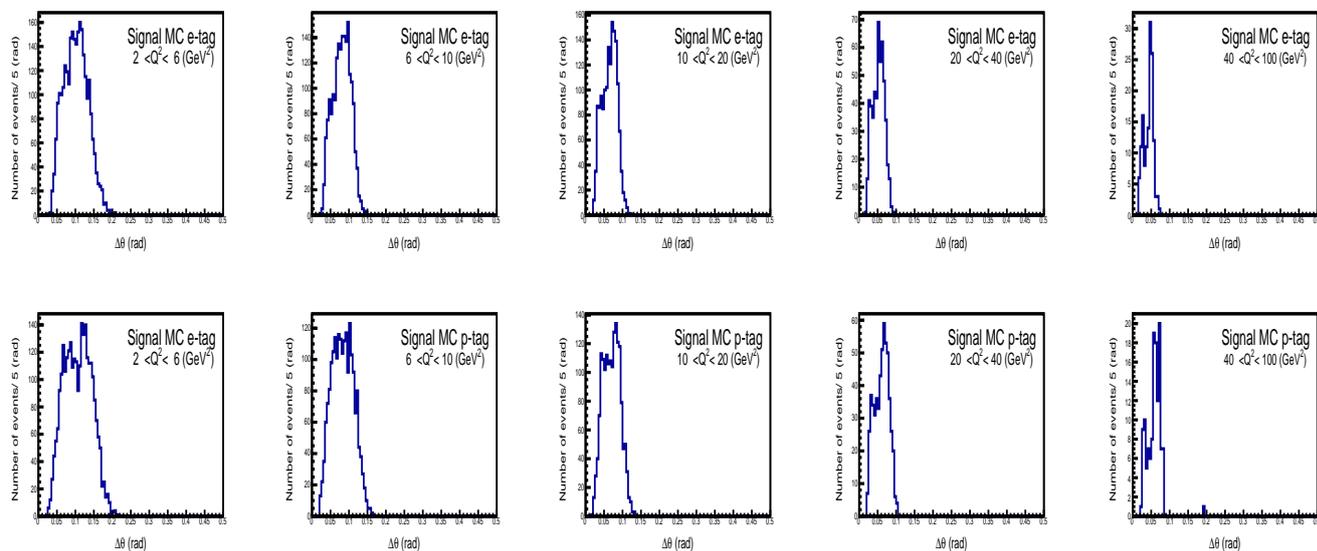


図 58 最終選別条件を通過した信号 MC 事象に対する $\Delta\theta = |\theta_{\gamma 1} - \theta_{\gamma 2}|$ の分布。

3.9 Q^2 の分解能

先に述べたように、 Q^2 の値は測定器で測定したタグ電子のエネルギーと散乱角から求めている。観測したエネルギーや散乱角には測定器の性能から決まる有限な分解能あるとともに、シャワーの漏れやカロリメータの前方に存在する物質によるエネルギー損失によって、エネルギーのセンターの値が低い方へシフトすることが起こる。これらの効果を信号 MC で調べた結果を図 59 に示す。図 59 は、前節で説明したすべての選別条件を通過した信号事象に対して、 Q_{gen}^2 と Q_{obs}^2 の二次元プロットである。ここで、 Q_{gen}^2 は Q^2 の真の値で、 Q_{obs}^2 は測定されたタグ電子のエネルギーと散乱角から求めた測定値である。図から分かるように、両者にはきれいな相関関係が成り立っている。それをより詳しく調べるために、観測値と真値の差 $\Delta Q^2 = Q_{obs}^2 - Q_{gen}^2$ を適当な Q^2 の領域 (2~6、6~10、10~20、20~40、40~100 GeV²) ごとにプロットした結果を図 60 に示す。図 60 から、分かるように、すべての Q^2 領域において、 ΔQ^2 のピークの位置はほぼゼロに位置している

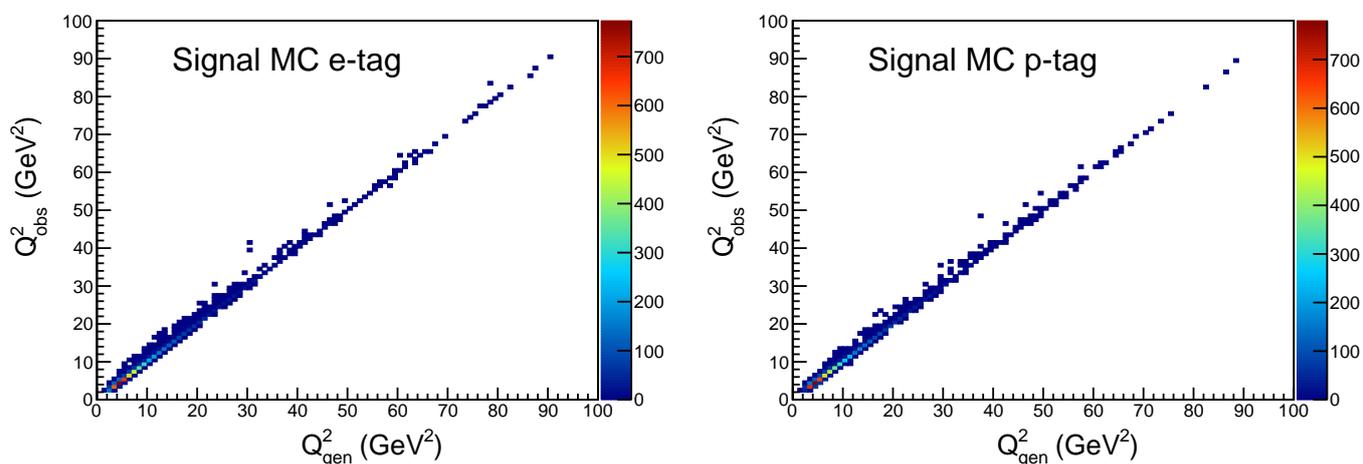


図 59 Signal MC サンプルを使用した、 Q_{obs}^2 vs Q_{gen}^2 の二次元プロットの図。左側が e-tag(検出した荷電粒子の電荷が-)、右側が p-tag(検出した荷電粒子の電荷が+) である。

が、分布は左側に裾を引いている。この理由は、カロリメータでのシャワーの漏れが原因である。より定量的な議論のために、非対称な分布を扱える対数ガウシアン分布関数 (ノボシブルスク関数) を用いてフィットして得た結果 (分布のセンターと標準偏差 (σ) および非対称パラメータ (η) の値を表 13 に示す。表から分かるようにセンターの値は誤差の範囲でゼロと無矛盾、センターのゼロからのずれや標準偏差の値は、今回の解析で用いた Q^2 の領域の幅に比べて十分小さいので、測定値 Q^2 の分解能の影響は今回の解析では無視できる。今後、統計が増えた場合には、 Q^2 の分解能の影響を考慮する必要がある。

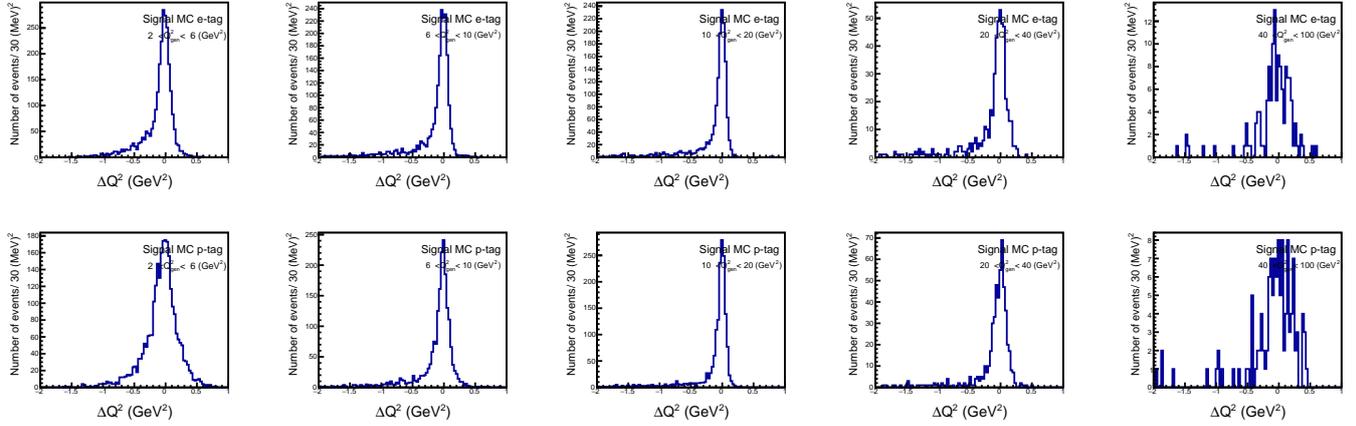


図 60 真の Q^2 の値と観測した Q^2 の値の差 $\Delta Q^2 = Q^2_{obs} - Q^2_{gen}$ の分布。上図が e-tag(検出した荷電粒子の電荷が-)、下図が p-tag(検出した荷電粒子の電荷が+) の場合である。

表 13 ΔQ^2 分布をフィットした結果 (単位は GeV^2)

$Q^2(\text{GeV}^2)$ の範囲	タグの種類	センター値	標準偏差 (σ)	非対称パラメータ (η)
2-6	e	-0.0157 ± 0.041	0.0919 ± 0.0023	0.072 ± 0.038
6-10	e	-0.0073 ± 0.0035	0.0799 ± 0.0019	0.122 ± 0.031
10-20	e	0.0008 ± 0.0031	0.0687 ± 0.0016	0.166 ± 0.027
20-40	e	-0.0097 ± 0.0092	0.0913 ± 0.0047	-0.0437 ± 0.081
40-100	e	0.010 ± 0.029	0.182 ± 0.014	0.14 ± 0.10
2-6	p	-0.0208 ± 0.0079	0.1880 ± 0.0049	0.085 ± 0.041
6-10	p	-0.0026 ± 0.0053	0.0840 ± 0.0035	0.274 ± 0.080
10-20	p	0.0042 ± 0.0033	0.0626 ± 0.0018	0.277 ± 0.046
20-40	p	0.0042 ± 0.0095	0.0936 ± 0.0048	0.126 ± 0.0089
40-100	p	-0.0023 ± 0.045	0.210 ± 0.026	-0.122 ± 0.22

第4章 電子、陽電子衝突におけるシングル π^0 生成反応 $e^\pm e^\mp \rightarrow e^\pm(e^\mp)\pi^0$ の反応断面積の測定

本章では、信号過程の微分断面積の測定結果について報告する。

4.1 信号数の決定

4.1.1 最大尤度法

その最初のステップとして、各 Q^2 領域における信号 ($e^+e^- \rightarrow e(e)\pi^0$) 事象数の決定方法について説明する。信号事象数は、すべての選別条件を通過した事象に対する $M_{\gamma\gamma}$ 分布 (図 52) をフィットして求めた。

フィットは、RooFit プログラムを用いて、最大尤度 (ゆうど) 法 (Maximum Likelihood) を用いて行った [26]。ここでは、最大尤度法による一般的なフィットについて説明し、その後今回のフィットの結果について報告する。以下簡単のために分布変数を $x = M_{\gamma\gamma}$ とおく。

一般にフィットに用いるモデル関数 $M(x, \alpha)$ は信号 $S(x, \alpha)$ と背景事象 $B(x, \alpha)$ の和として、

$$M(x, \alpha) = N_{sig}S(x, \alpha) + N_{bkg}B(x, \alpha) \quad (24)$$

与えられる。ここで、 $S(X)$ と $B(X)$ はそれぞれ信号と背景事象の形を表す関数でフィットする全領域 $[x_L^{fit}, x_H^{fit}]$ の積分で、

$$\int S(x, \alpha)dx = 1, \quad \int B(x, \alpha)dx = 1 \quad (25)$$

で規格されている。このように、規格化された関数を確率密度関数 (probability density function; pdf) と呼ぶ。 α は形を決めるために pdf に使われているパラメータである。また、 N_{sig} と N_{bkg} もフィットのパラメータでフィット領域内の全信号すると全背景事象数を表す。

素粒子現象は量子力学により確率現象なので、観測される事象数はポアソン分布に従う。したがって、 i 番目のビンに n_i イベント観測される確率 (P_i) は、

$$P_i = \frac{(\mu_i)^{n_i}}{n_i!} e^{-\mu_i} \quad (26)$$

与えられる。ここで、 μ_i は期待値で、上記の関数 $M(x)$ より、

$$\mu_i = M(x_i, \alpha) = N_{sig}S(x_i, \alpha) + N_{bkg}B(x_i, \alpha) \quad (27)$$

である。なお式中の、 x_i は i 番目のヒストグラムの x の値で、今回はビンの中心の x を用いた*4最尤頻度関数 (Likelihood function L) は、全てのビンの確率の積として、

$$L = \prod_i P_i = \prod_i \frac{(M(x_i, \alpha))^{n_i}}{n_i!} e^{-M(x_i, \alpha)} \quad (28)$$

として、定義される。最大尤度法でこの Likelihood 関数 L が最大になるように、パラメータ (N_{sig}, N_{bkg}, α) の値を決める。ただ、 L が最大になる場合にはその対数 $\ln L$ も最大になるので、数学的に

*4 一般にはビン内のどの値を用いてもフィットの結果が同じになることを確認する必要がある。

計算が簡単な $\ln L$ がフィットではよく用いられる。また、RooFit 内で使われている Minuit プログラムで最小値を求める仕様になっているので、実際のフィットでは $\ln L$ の最小値を求めてパラメータの値を決めている。

$$-\ln L = -\sum_i (\ln M(x_i, \alpha) + n_i \ln M(x_i, \alpha)) \quad (29)$$

4.1.2 (拡張) 最大尤度法

式 (28) に加えて、フィット領域における全観測事象数 (N_{obs} の確率密度も考慮した likelihood

$$L_{ext} = \frac{(N_{exp})^{N_{obs}}}{N_{obs}!} e^{-N_{exp}} \prod_i \frac{(\mu_i)^{n_i}}{n_i!} e^{\mu_i} \quad (30)$$

を拡張最大尤度法 (Extended Maximum Likelihood method) とよぶ。ここで、 N_{exp} は $N_{exp} = N_{sig} + N_{bkg}$ である。

$$-\ln L_{ext} = -\sum_i (\ln M(x_i, \alpha) + n_i \ln M(x_i, \alpha)) - (N_{sig} + N_{bkg}) - N_{obs} \ln(N_{sig} + N_{bkg}) \quad (31)$$

今回のフィットではこの拡張尤度法を用いた。

4.1.3 パラメータのエラー

最大尤度法によるフィットで求められる j 番目のパラメータの値 α_j の 1 標準偏差 (1σ) の誤差 ($\Delta\alpha_j$) は、 $-\ln L$ が最小値 $-\ln L_{min}$ から 0.5 だけ大きくなる α の値として与えられる ([27])。

$$-\ln L(\alpha_j + \Delta\alpha_j) = -\ln L_{min} + 0.5 \quad (32)$$

4.1.4 信号と背景事象のモデル

信号 MC に対する $M_{\gamma\gamma}$ 分布を図 61 から図 70 に示す。図 61~図 65 は信号の e-tag サンプル、図 66~図 70 は信号の p-tag サンプルである。これらの分布から分かるように信号の $M_{\gamma\gamma}$ 分布はほぼガウス形であるが、右と左で分布が非対称である質量が低い側の裾が長くなっている。この形をフィットするために、非対称対数ガウス関数 (この関数はノボシビルスク関数とも呼ばれている) を用いて信号をフィットした。

$$S(x) = N \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2} \ln^2\left(1 - \frac{x - x_p}{\sigma_E} \eta\right) - \frac{\sigma_0^2}{2}\right) \quad (33)$$

ここで、 x_p はピークの値、 η は非対称パラメーター、 N は規格化因子、 σ_0 は $\frac{2}{\xi} \sinh^{-1}\left(\frac{\eta\xi}{2}\right)$ である。 σ_E は式 34 のように full width at half maximum (FWHM) を $\xi = 2\sqrt{\ln 4}$ で割って計算される。

$$\sigma_E = \frac{FWHM}{\xi} \quad (34)$$

関数は $-\infty$ から $+\infty$ の領域で規格化されている。図 61 から図 70 中の実線はこの信号関数でフィットした結果である。

一方、背景事象の形は図 54 から分かるように信号の前後でほぼ 1 次である。そのため、バックグラウンド関数 $B(x, \alpha)$ は一次の関数を用いた。

$$B(x, \alpha) = N(c_0 + c_1 x) \quad (35)$$

ここで、 c_0 と c_1 はフィットパラメータで、 N は規格化定数である。今回は、バックグラウンドの一次の近似が保証される領域 $0.06\text{GeV} \sim 0.10\text{GeV}$ をフィット領域とし、 N はこの領域で $\int B(x)dx = 1$ という条件から決められている。

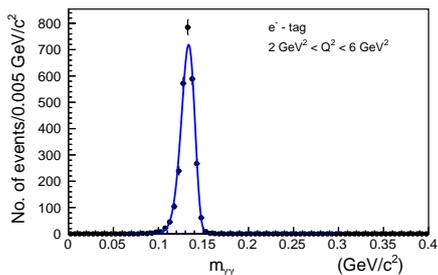


図 61 信号 MC の $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (e-tag)

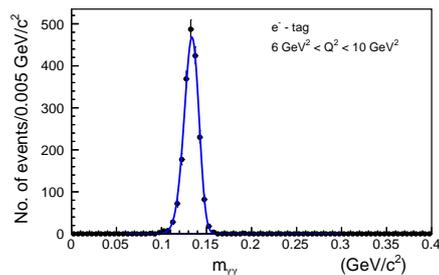


図 62 信号の $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (e-tag)

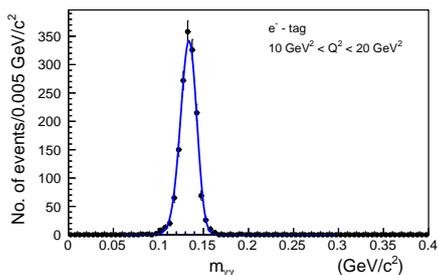


図 63 信号 MC の $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (e-tag)

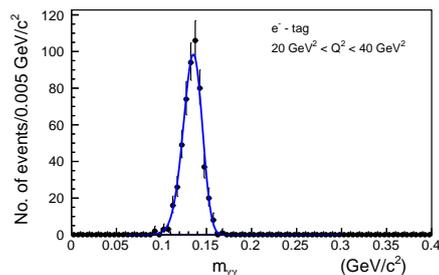


図 64 信号 MC の $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (e-tag)

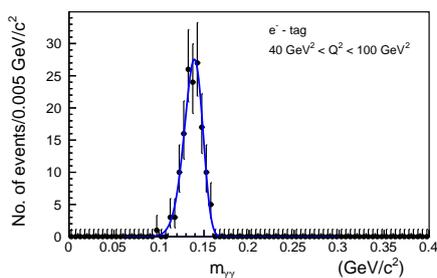


図 65 信号 MC の $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (e-tag)

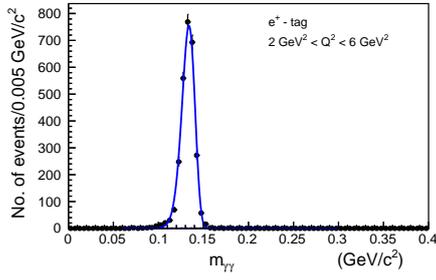


図 66 信号 MC の $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (p-tag)

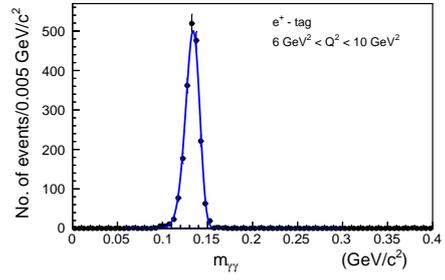


図 67 $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (p-tag)

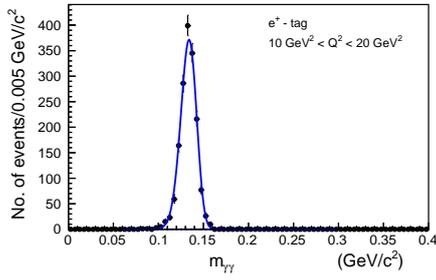


図 68 信号 MC の $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (p-tag)

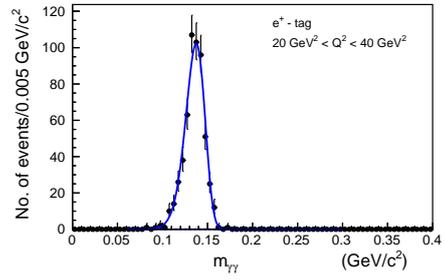


図 69 信号 MC の $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (p-tag)

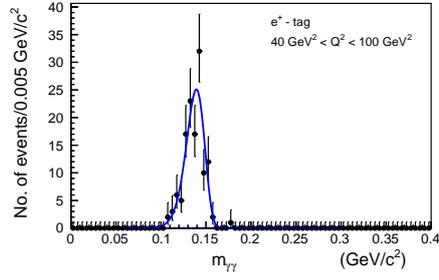


図 70 信号 MC の $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (p-tag)

4.2 データのフィット結果

以上の信号と背景事象の密度関数を用いてデータの $M_{\gamma\gamma}$ 分布をフィットした結果を図 71 から図 80 に示す。図 71～図 75 は電子をタグ (e-tag) した場合で、図 82～図 80 は陽電子をタグ (p-tag) した場合である。なお、両方の場合において、 Q^2 が $20 (GeV^2)$ 以上の領域においては信号の形をデータのみではフィットできないので、信号 MC の値にピーク値と標準偏差、非対称パラメータを固定してフィットした。

フィットは $0.06 \sim 0.30 GeV/c^2$ の領域で行った。その結果そのフィット領域での信号数と N_{sig} と背景事象数 N_{bkg} がもとまる。そこで、改めて信号領域を $[0.10 GeV, 0.16 GeV]$ と決め、その領域内の信号数 (N_{sig}^f) とバックグラウンド数 (N_{bkg}^f) を以下のようにもとめた。

$$N_{sig}^f = \frac{\int_{0.10}^{0.16} S(x) dx}{\int_{0.06}^{0.30} S(x) dx} \cdot N_{sig} \quad (36)$$

$$N_{bkg}^f = \frac{\int_{0.10}^{0.16} B(x) dx}{\int_{0.06}^{0.30} B(x) dx} \cdot N_{bkg} \quad (37)$$

以上の結果もとまった信号数とバックグラウンド事象数を表 14 にしめす。なお、図 74、図 75、図 79、図 80 を見ればわかるように、 Q^2 の領域では $20-40 (GeV^2)$ 、 $40-100 (GeV^2)$ で統計が足りなくまた、 π^0 の信号はほとんど見えていない。そのため、このような領域ではフィットの結果で信号の数がでていても、その信号の優位性そのものを検討する必要がある。詳しい評価はできていないが、優位性は $1-2\sigma$ 程度であると思われる。今後の統計が増加するのをまつことにしたい。

表 15 は信号 MC にも同じ信号+バックグラウンドによるフィットを行い、信号数と背景事象数を求めたものである、この場合には背景事象数は誤差の範囲でゼロと無矛盾である。

表 16、表 17 はそれぞれの MC に対する、最終選別条件と信号領域を $[0.10 GeV, 0.16 GeV]$ の条件を入れあとの事象数の表である。

表 14 実験データのフィットの結果：信号事象数とバックグラウンド事象数のまとめを示す。

$Q^2 (GeV^2)$ の範囲	タグ	N_{sig}	N_{bkg}	N_{sig}^f	N_{bkg}^f
2-6	e	348±24	1042±49	347±24	175.0±7.9
6-10	e	105.5±15	456.1±31	104±14	67.4±4.6
10-20	e	70±15	320±33	58±12	34.5±3.5
20-40	e	11.5±5.2	220±21	11.4±5.2	21.4±2.1
40-100	e	18.3±6.3	210±21	18.2 ± 6.3	30.4 ± 3.0
2-6	p	290±22	1265±50	284±22	223.2±8.8
6-10	p	121±16	492±33	121±16	83.4±5.6
10-20	p	75±19	342±38	63±16	41.9±4.6
20-40	p	21.1±6.4	213±21	21.0±6.4	22.2±2.2
40-100	p	16.5±6.5	237±22	16.4±6.5	34.0 ± 3.1

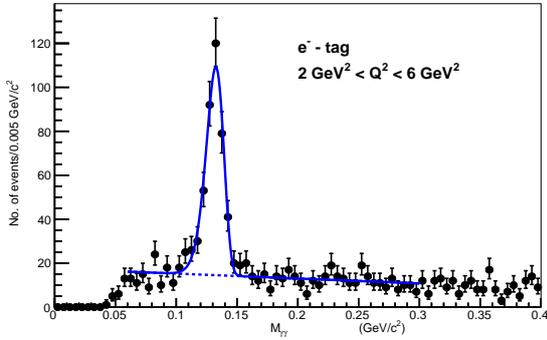


図 71 データの $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (e-tag)

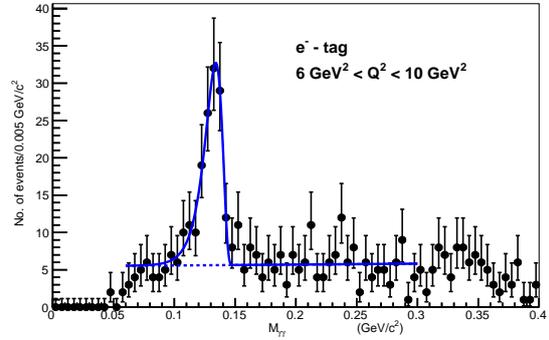


図 72 データの $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (e-tag)

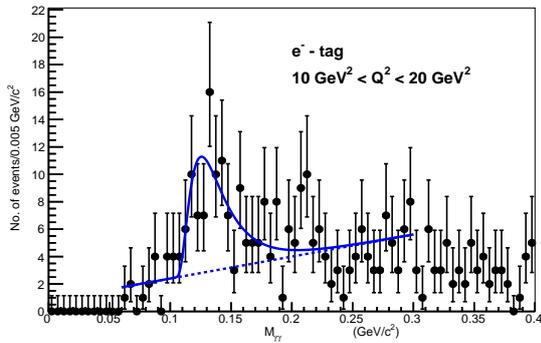


図 73 データの $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (e-tag)

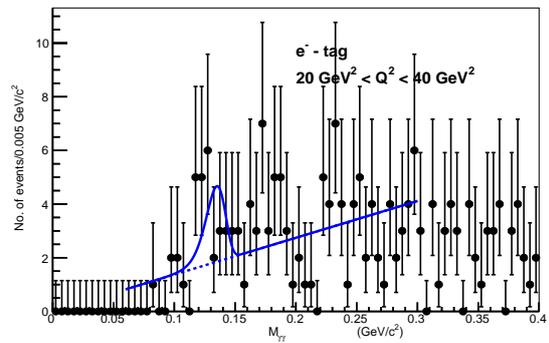


図 74 データの $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (e-tag)

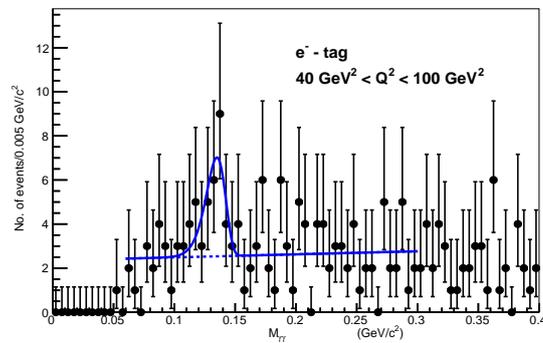


図 75 データの $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (p-tag)

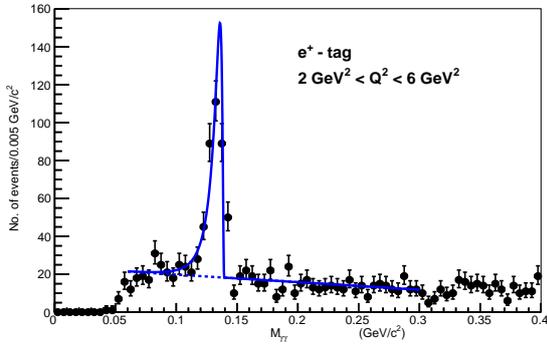


図 76 データの $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (p-tag)

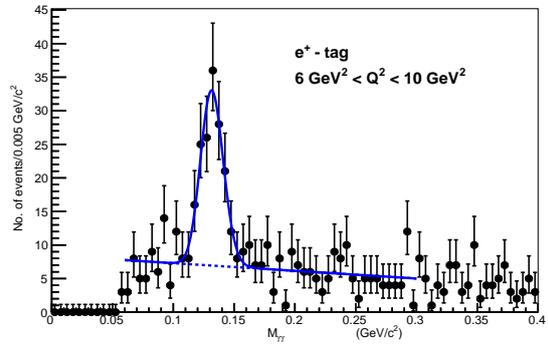


図 77 データの $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (p-tag)

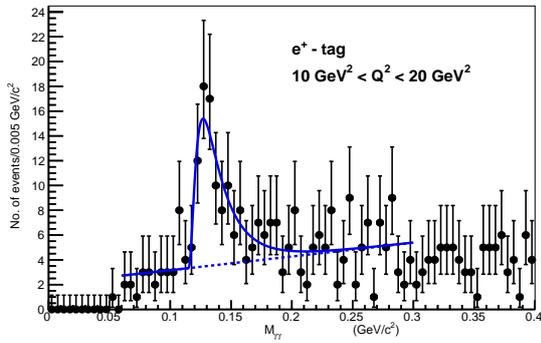


図 78 データの $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (p-tag)

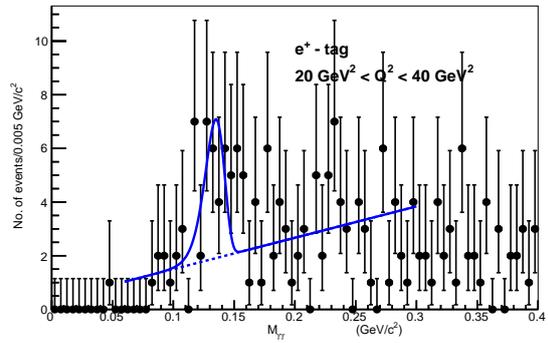


図 79 データの $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (p-tag)

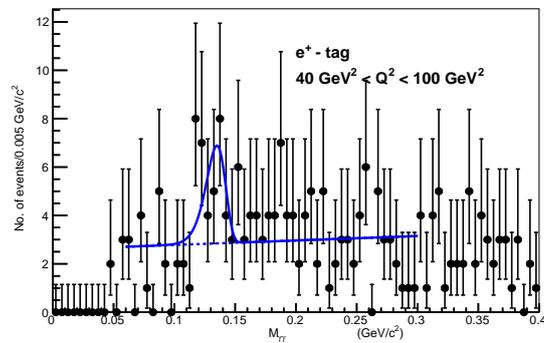


図 80 データの $M_{\gamma\gamma}$ の分布 (p-tag)

表 15 信号 MC のフィットの結果：表は信号事象数とバックグラウンド事象数のまとめを示す。

$Q^2(\text{GeV}^2)$ の範囲	タグ	N_{sig}	N_{bkg}	N_{sig}^f	N_{bkg}^f
2-6	e	2702 ± 52	21.6 ± 8.6	2701 ± 52	4.4 ± 1.7
6-10	e	1906.7 ± 4.7	6.45 ± 4.7	1906 ± 44	1.31 ± 0.96
10-20	e	1533.9 ± 3.9	10.81 ± 6.2	1533 ± 39	2.2 ± 1.3
20-40	e	518.99 ± 0.11	0.000 ± 0.022	516 ± 11	0 ± 42
40-100	e	142 ± 12	0.0 ± 2.7	141 ± 12	0.00 ± 0.55
2-6	p	2725 ± 53	45 ± 13	2725 ± 53	9.1 ± 2.6
6-10	p	1953 ± 44	20.5 ± 8.2	1953 ± 44	4.2 ± 1.7
10-20	p	1639 ± 41	5.6 ± 4.4	1638 ± 41	1.1 ± 0.9
20-40	p	550 ± 24	3.7 ± 3.5	546 ± 23	0.76 ± 0.71
40-100	p	128.6 ± 1.1	2.8 ± 2.2	128 ± 11	0.44 ± 0.44

表 16 BHWIDE MC を使用し、最終選別条件と信号領域条件を課したあとの Q^2 範囲毎のイベント数の表。

	2-6	6-10	10-20	20-40	40-100
e-tag	12	3	3	2	2
p-tag	12	25	4	0	3

表 17 VCS MC を使用し、最終選別条件と信号領域条件を課したあとの Q^2 範囲毎のイベント数の表。() 中の数字は、実験データの 12.4fb^{-1} に合わせた時の事象数

	2-6	6-10	10-20	20-40	40-100
e-tag	28(30)	7(8)	11(12)	5(5)	2(2)
p-tag	59(63)	16(17)	9(9)	6(6)	3(3)

4.3 微分断面積の測定

以上の各 Q^2 の領域ごとの信号数の結果を用いて、反応の微分断面積を以下の式を用いて計算した。

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{N(1-b)}{\eta\mathcal{B} \int \mathcal{L} dt (1+\delta)\Delta Q^2} \quad (38)$$

ここで、 N は信号領域内の信号事象と背景事象数の和で、 b はバックグラウンドが含まれている割合である。前節の N_{sig}^f が $N_{sig}^f = N(1-b)$ である。また、 η は検出効率で、これを求めるために表 15 の値を用いた。 ΔQ^2 は Q^2 の領域の幅である。 \mathcal{B} は $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ の崩壊分岐比で $\int \mathcal{L} dt$ は積分ルミノシティ、 δ は放射補正である。 \mathcal{B} は PDG の値 $\mathcal{B} = 0.988$ を用いた。また、 δ には先行研究の値 $\delta = 0.02$ を用いた。微分断面積の計算に用いた数値の一覧と断面積の結果を表 18 に示す。ここで、誤差は統計誤差である。また、図 81 に 今回の研究で得られた微分断面積の Q^2 依存性である。図には電子タグ、陽電子タグそれぞれの場合の値とその合計の結果を示している。

表 18 実験データの信号事象数とバックグラウンド事象数のまとめ。 δ は 0.02 としている。

$Q^2(\text{GeV}^2)$ の範囲	タグ	$N(1-b)$	検出効率	\mathcal{B}	$\int \mathcal{L} dt [\text{fb}^{-1}]$	$d\sigma/dQ^2 [\text{fb}/\text{GeV}^2]$
2-6	e	347±24	9.5±0.2	0.988	12.400±0.075	73.9±5.3
6-10	e	104±14	22.3±0.6	0.988	12.400±0.075	9.1±1.2
10-20	e	58±12	20.3±0.6	0.988	12.400±0.075	2.29±0.48
20-40	e	11.4±5.2	13.2±0.6	0.988	12.400±0.075	0.35±0.16
40-100	e	18.2±6.3	8.9±0.8	0.988	12.400±0.075	0.272±0.097
2-6	p	284±22	9.6±0.2	0.988	12.400±0.075	59.2±4.7
6-10	p	121±16	22.9±0.5	0.988	12.400±0.075	10.6±1.4
10-20	p	63±16	21.7±0.5	0.988	12.400±0.075	2.32±0.59
20-40	p	21±6.4	14.0±0.6	0.988	12.400±0.075	0.60±0.18
40-100	p	16.4±6.5	8.1±0.7	0.988	12.400±0.075	2.7±2.6
2-6	e p	631±33	9.6±0.1	0.988	12.400±0.075	131.8±7.1
6-10	e p	225±21	22.6±0.3	0.988	12.400±0.075	19.9±1.9
10-20	e p	121±20	21.0±0.33	0.988	12.400±0.075	4.62±0.77
20-40	e p	32.4±8.2	13.57±0.39	0.988	12.400±0.075	0.96±0.24
40-100	e p	34.6±9.1	8.50±0.50	0.988	12.400±0.075	0.54±0.15

また、図 82 と 83 は先行研究 (CLEO, BABAR, Belle) の結果である。

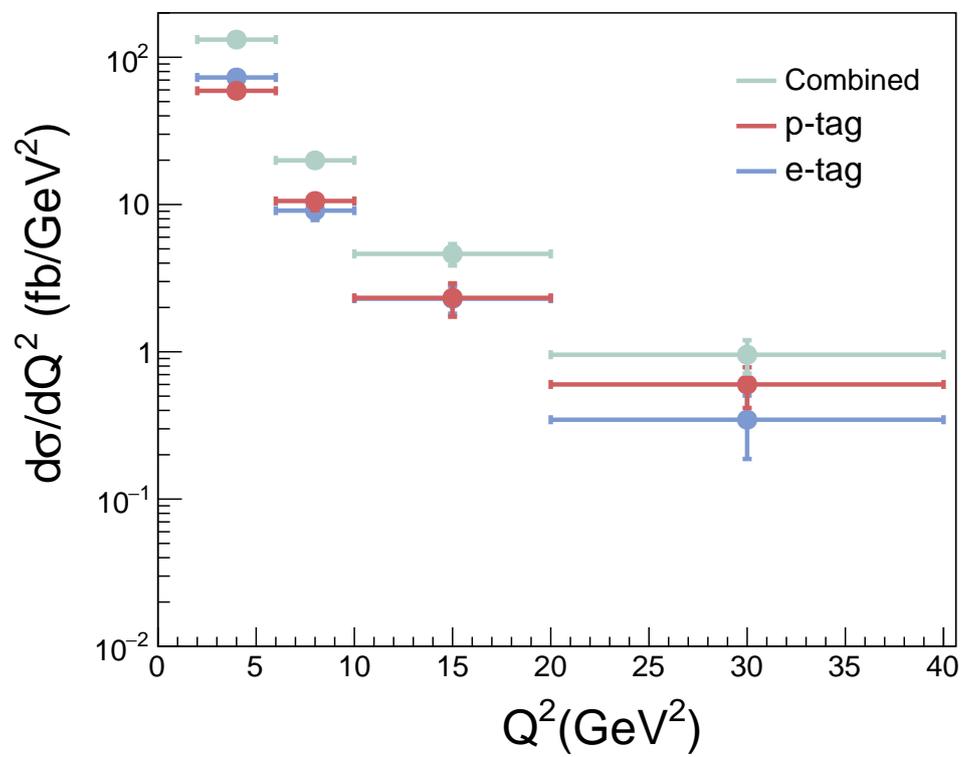


図 81 微分断面積の Q^2 依存の分布。左側が e-tag、右側が p-tag。

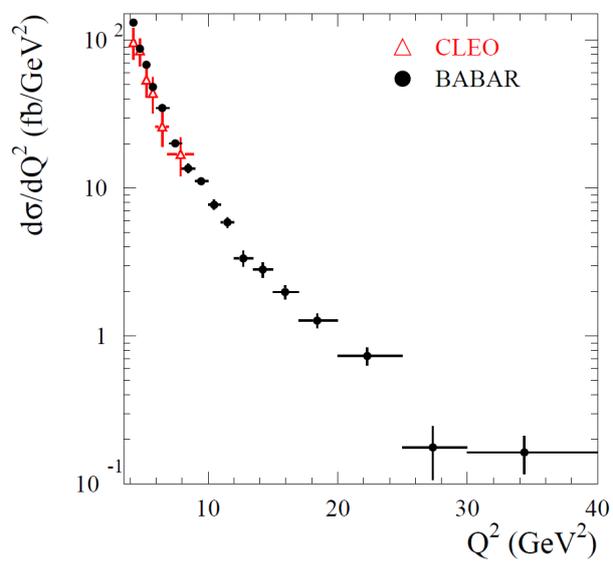


図 82 BABAR と CLEO 実験での、微分断面積の Q^2 依存の分布 [4]

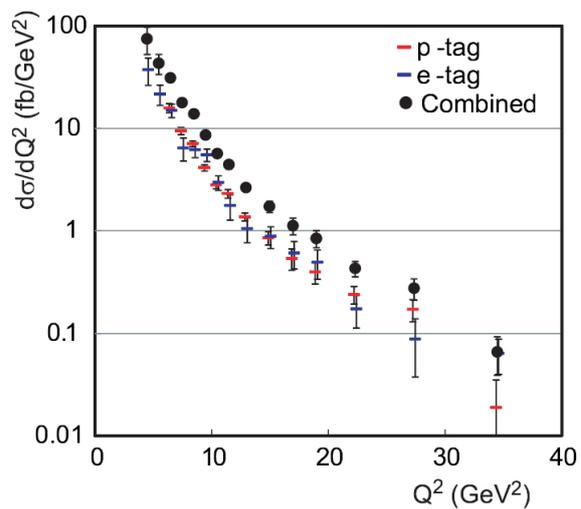


図 83 Belle 実験での、微分断面積の Q^2 依存の分布 [3]

第5章 まとめと今後

本研究では、Belle II 実験でこれまでに収集した積分ルミノシティ 12.4fb^{-1} のデータを用いて、 $e^{\pm}e^{\mp} \rightarrow e^{\pm}(e^{\mp})\pi^0$ 事象の解析を行い、多量の背景事象の中から本過程の信号であることを示す綺麗な π^0 信号を確認することに成功した。また、その事象数から微分断面積の Q^2 依存性を Q^2 が 4GeV^2 から 100GeV^2 の領域で測定した。測定結果を図 80 に示す。結果は誤差の範囲ないで先行実験の結果を良く再現している。

本解析を進める中で、 Q^2 が 20GeV^2 の領域で π^0 の検出効率がおちていること、VCS 等の背景事象の MC は、観測されているバックグラウンドの形はほぼ再現するが、予測量が不十分であること等の課題があることが分かった。バックグラウンドの予測量に関してバーバー放射 MC の生成量は実験データの生成量と比べ、 $1/10^5$ ととても少なくバックグラウンドの量を予測できないが、VCS MC の生成量は実験データの生成量と比べ、 $9/10$ 程度なので、バックグラウンドの量を予測できる。VCS MC を使用し、最終選別条件と信号領域条件を課したあとの Q^2 範囲毎のイベント数の表を表 17 に示す。予測量が Q^2 が $2\sim 40\text{GeV}^2$ の範囲で、実際の $1/3\sim 1/9$ 程度で不十分であるが、VCS MC を生成する際に、貸したプレセクション (章 3.4.2) の光子に対する極角条件が厳しく、実際のバックグラウンドの量は増えると考えられる。なので、バックグラウンドの予測を正確に行うには、放射バーバー MC の生成量を増やし、プレセクションの条件緩める、放射バーバー事象と VCS 事象以外の章 3.2 であげた背景事象の MC を作成する等をする必要がある。また、今回は信号事象の検出効率を測定したが、トリガーの検出効率を測定しておらず、トリガー検出効率の結果次第で、トリガー条件について考える必要がある。

今後、微分断面積の測定精度の向上を図るためには、統計量の向上とともに、これらの課題の克服が重要である。

謝辞

本論文を制作する際に、多くの方に支えていただきました。指導教官である林井久樹教授には、本事象の物理、ソフトウェアの使い方を教えていただきました。また、トリガーグループに参加するきっかけをくださったおかげで、Belle II 実験のトリガーグループでトリガーに関する研究に携わることができ、検出器の評価と物理解析の二つを修士の間に体験することができました。トリガーグループの古賀さんには、トリガーシステムのことを知らない私に、1 から 10 まで丁寧に説明してくださったおかげで、トリガーの解析をすることができました。トリガーグループの、岩崎さん、海野さん、中澤さん、CDC グループの谷口さんには、トリガー、CDC に関することを丁寧に説明していただきました。宮林先生には、ECL に関することや、検出効率の誤差について丁寧に教えていただきました。下村先生には、ミーティングで発表する際にたくさん質問していただいたおかげで、自分の研究に対する理解が深まりました。蜂谷先生には、解析コード修正や、プログラミング言語についてたくさんの知識をいただきました。東北大の佐藤さんには、GRID への job の投げ方や、その他物理解析の相談をたくさんさせていただきました。研究室の同期、後輩には日頃から研究に対するたくさんの刺激をうけ、アクティブな研究生活を送ることができました。みなさん本当にありがとうございました。最後に、経済的に支えてくださった両親に感謝いたします。

参考文献

- [1] 'QUARKS & LEPTONS', F. Halzen, A. D. Martin, John Wiley & Sons(1984).
- [2] B. J. Brodsky, T. Kinoshita, and H. Terazawa, Phys. Rev. D **4**, 1532 (1971).
- [3] P. A. Zyla *et al.*, (Particle data group), Prog. Theor. Ecp. Phys. **2020 Fig.9.3**,083C01 (2020).
- [4] G. P. Lapege and S. J. Brodsky, Phys. Rev. D **22**, 2157 (1980).
- [5] V. L. Chernyak and A. R. Zhitnitsky, Nucl. phys. B **201**, 492 (1982), [Erratum: Nucl. Phys. B **214**, 547 (1983)].
- [6] J. Gronberg, *et al.*, Phys. Rev. D **57**, 33 (1998).
- [7] H. J. Behrend *et al.*, [CELLO Collaboration], Z. Phys. C **49**, 401 (1991).
- [8] B. Aubert *et al.*, [BaBar Collaboration], Phys. Rev. D **80**, 052002 (2009).
- [9] "Measurement of $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$ transition form factor at Belle", S. Uehara, H. Nakazawa, Y. Watanabe *et al.*, [Belle Collaboration], Phys. Rev. D **86**, 092007 (2012).
- [10] S. J. Brodsky, F. G. Cao and G. F. de Teramond, Phys. Rev. D **84**, 033001 (2011); Phys. Rev. D **84**, 075012 (2011).
- [11] 谷口七重, 高エネルギーニューズ, Vol.32 (No.4) 27-31(2014)
- [12] 住澤一高, 高エネルギーニューズ, Vol.33 (No.1) 241-246(2014)
- [13] 宮林謙吉, 高エネルギーニューズ, Vol.33 (No.2) 108-114(2014)
- [14] 岩崎義仁, 海野祐士, 中澤秀介, 高エネルギーニューズ, Vol.34 (No.2) 105-114(2014)
- [15] H. Ikeda Nucl. Instr. Meth. 441,401(2000) .
- [16] "Design of SuperKEKB based on the Nano-Beam Schem" H.Koiso, for the KEKB and SuperKEKB Accelerator Group, *et al.* (2010)
- [17] 'Belle II 実験用 CDC の Inner chamber の製作・宇宙線テストと読み出しエレクトロニクスのエネルギー損失分解能の性能評価', 峰村 さつき (平成 26 年修士論文)
- [18] 'Particle kinematics', E. Byckling, K. Kajantie, John Wiley & Sons, **63** (1973).
- [19] S. J. Brodsky, F. G. Cao, G. F. de Teramond, Phys. Rev. D **84**, 075012 (2011).
- [20] S. J. Brodsky, G. F. de Teramond, H. G. Dosch, Phys. Rep. **584**, 1 (2015).
- [21] G. F. de Teramond, S. J. Brodsky, Ferrara International School Niccolo Cabeo 2011, 54-109, e-print:1203.4025.
- [22] F. Abudinen *et al.*, (Belle II Collaboration), Chin. Phys. C **44**,021001 (2020), arxiv:1910.05365.
- [23] S. Jadach *et al.*, Phys. Lett. B **390**, 298 (1997).
- [24] D. Karlen, Nucl. Phys. B **289**,23 (1987).
- [25] P. A. Zyla *et al.*, (Particle data group),Prog. Theor. Ecp. Phys. **2020 Fig.34.2**,083C01 (2020).
- [26] <https://root.cern/manual/roofit/>
- [27] P. A. Zyla *et al.*, (Particle data group),Prog. Theor. Ecp. Phys. **2020 40.Statistics**,083C01 (2020).
- [28] 'Combinatorial Kalman Filter and High Level Trigger Reconstruction for the Belle II Experiment ', N. Braun, Springer Theses (2019)

付録 A 実験データ、シグナル MC、BHWIDE MC、TEGG MC の他の分布

付録 A では、調べたが本文中に載せられなかった他の分布の説明とそのデータや MC に対する分布を参考のために載せておく。実験データ、シグナル MC、BHWIDE MC、TEGG MC に対して、スキム条件のみを課した分布を図 85、図 86、図 87、図 88、一方、すべての選別条件を課したあとの分布を図 89、図 90、図 91、図 92 に示す。なお、以下変数前の数字に括弧 () がついていない変数は本解析で用いた変数である。

A.1 調べた変数の説明

- 1 $g1(2)_{theta_lab}$: 光子 1(2) の極角 (実験室系)
- 2 $g1(2)_{clusterE_lab}$: の光子 1(2) のクラスターのエネルギー (実験室系)
- (3) $g1(2)_{timing}$: 光子 1(2) のなす ECL クラスターのヒットタイミング。ECL クラスター時間は光子のタイミングから初期衝突時間 t_0 を引いて計算される。光子のタイミングは、クラスター内の一番高いエネルギーのクリスタルで記録された波形のフィットで決まった値を用いている。
- (4) $g1(2)_{clusterLAT}$: 光子 1(2) の横方向のエネルギー分布 (シャワー変数)。シャワー変数は式 (39) を使って計算される。 E_i は各クリスタルのエネルギーで高い順番に並べられている (E_0 は一番エネルギーが高い)、 w_i はクリスタルの重量。clusterLAT は、放射状に対称な電磁シャワーの場合は約 0.3 でピークに達し、ハドロンイベントの場合は大きくなり、電子は近くに放射光子または制動放射光子がある。

$$S = \frac{\sum_{i=1}^n w_i E_i r_i^2}{(w_0 E_0 + w_1 E_1) r_0^2 + \sum_{i=1}^n w_i E_i r_i^2} \quad (39)$$

- 5 e_{ID} : 電子識別率
- 6 $e_{E_lab} e(p) - tag$: タグされた (陽) 電子のエネルギー (実験室系)
- 7 e_{charge} : 電子の電荷
- 8 $e_{theta_lab} e(p) - tag$: タグされた (陽) 電子の極角 (実験室系)
- 9 e_{phi_lab} : タグされた電子の方位角 (実験室系)
- (10) e_{phi_cms} : タグされた電子の方位角 (重心系)
- 11 e_{dz} : 電子トラックのピーク衝突点からの最近接距離 (z 方向)
- 12 e_{dr} : 電子の衝突点までの最近接距離 (x-y 平面)
- 13 e_{cos_lab} : 電子の極角のコサイン (実験室系)
- (14) $e_{clusterLAT}$: 電子の横方向のエネルギー分布 (シャワー変数)
- 15 cos_helang_g1 : 光子 1 のヘリシティアングル
- 16 $delta_theta_gg$: 二つの光子の極角の差
- 17 ED_theta_gg : $E_{\gamma\gamma} \Delta\theta$
- 18 $pi0_cos_cms$: $\cos\theta_\pi^*$
- (19) $pi0_cos_lab$: $\cos\theta_\pi$
- (20) $pi0_phi_cms$: $\cos\phi_\pi^*$
- 21 M_{gg} : 二つの光子から再構成した不変質量、 $M_{\gamma\gamma}$
- 22 $e_{pi0_acop_phi}$: $|\pi - \phi_{open\pi}^*|$
- 23 $MM2$: $M_{missing}^2$

24 \cos_{epi0} : $\cos\theta_{e\pi}^*$

(25) r_{isr} :

$$r_{isr} = \frac{\sqrt{s} - E_{e\pi}^* - p_{e\pi}^*}{\sqrt{s}} \quad (40)$$

$E_{e\pi}^*$: $e\pi$ 系のエネルギー (重心系)、 $p_{e\pi}^*$: $e\pi$ 系の運動量 (重心系)

(26) $qe_pze_pzpi0_cms$:

$$qe_pze_pzpi0_cms = q_{tag} \times (p_{z,e}^* + p_{z,\gamma\gamma}^*) \quad (41)$$

27 $Q2_e_e - tag$: 検出した粒子が電子の時の Q^2

28 $Q2_p_p - tag$: 検出した粒子が陽電子の時の Q^2

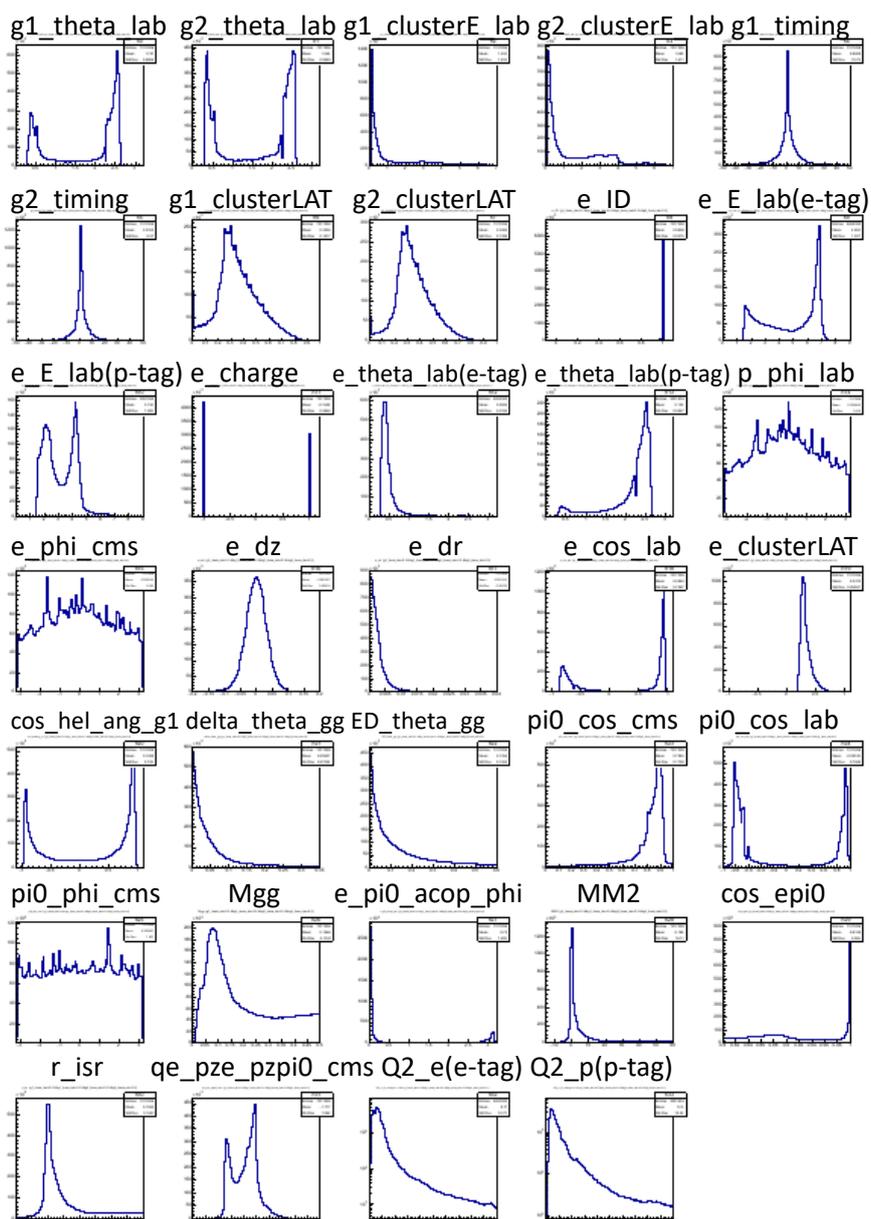


図 84 それぞれの分布の名前を記した図

A.2 実験データのスキム条件が入った後の様々な変数の分布

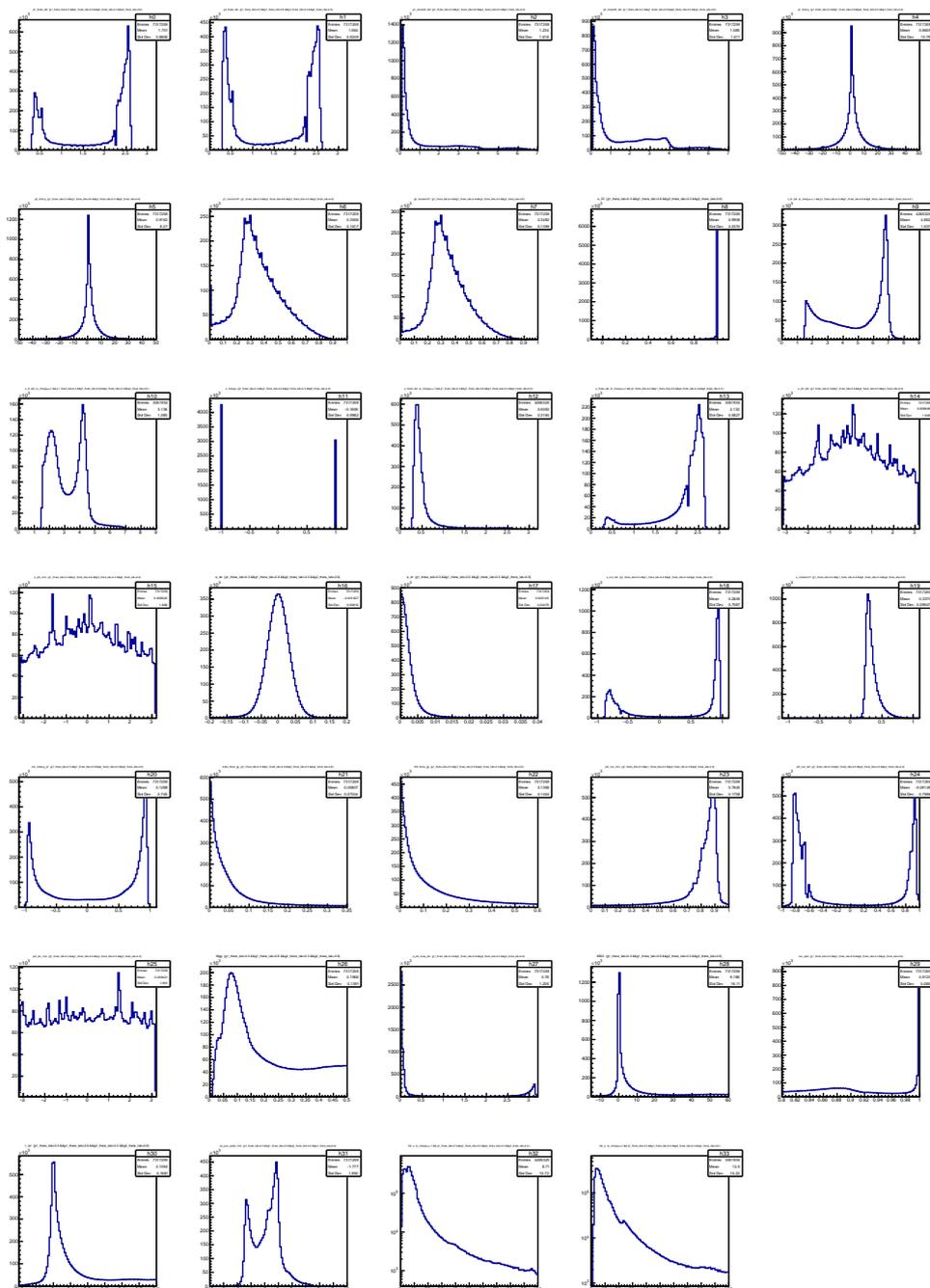


図 85 実験データを使用し、skim 条件が入った後の様々な変数の分布

A.3 シグナル MC のスキム条件が入った後の様々な変数の分布

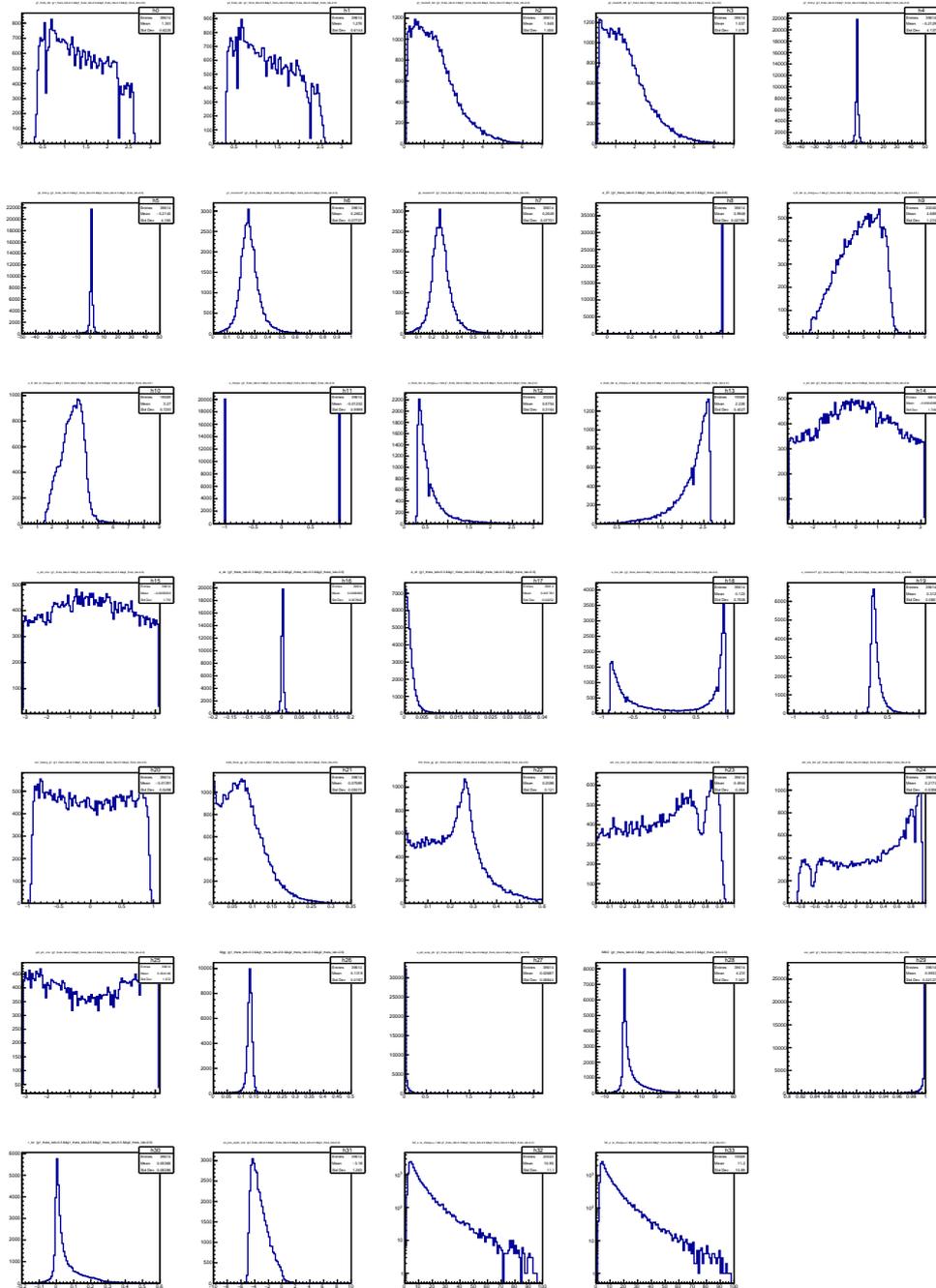


図 86 シグナル MC のスキム条件が入った後の様々な変数の分布

A.4 BHWIDE MC のスキム条件が入った後の様々な変数の分布

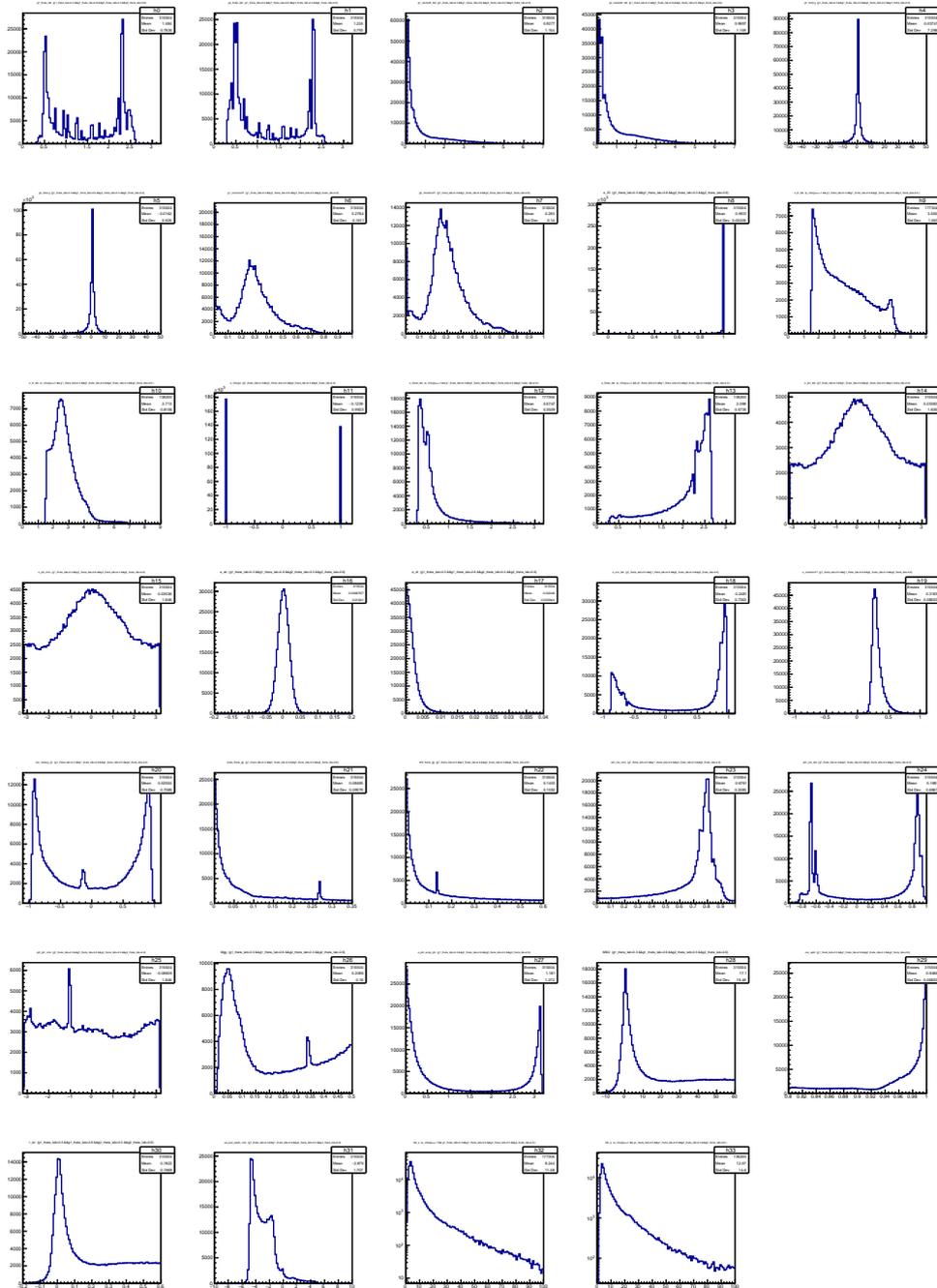


図 87 BHWIDE MC のスキム条件が入った後の様々な変数の分布

A.6 実験データに対して全ての選別条件を課した後の様々な変数の分布

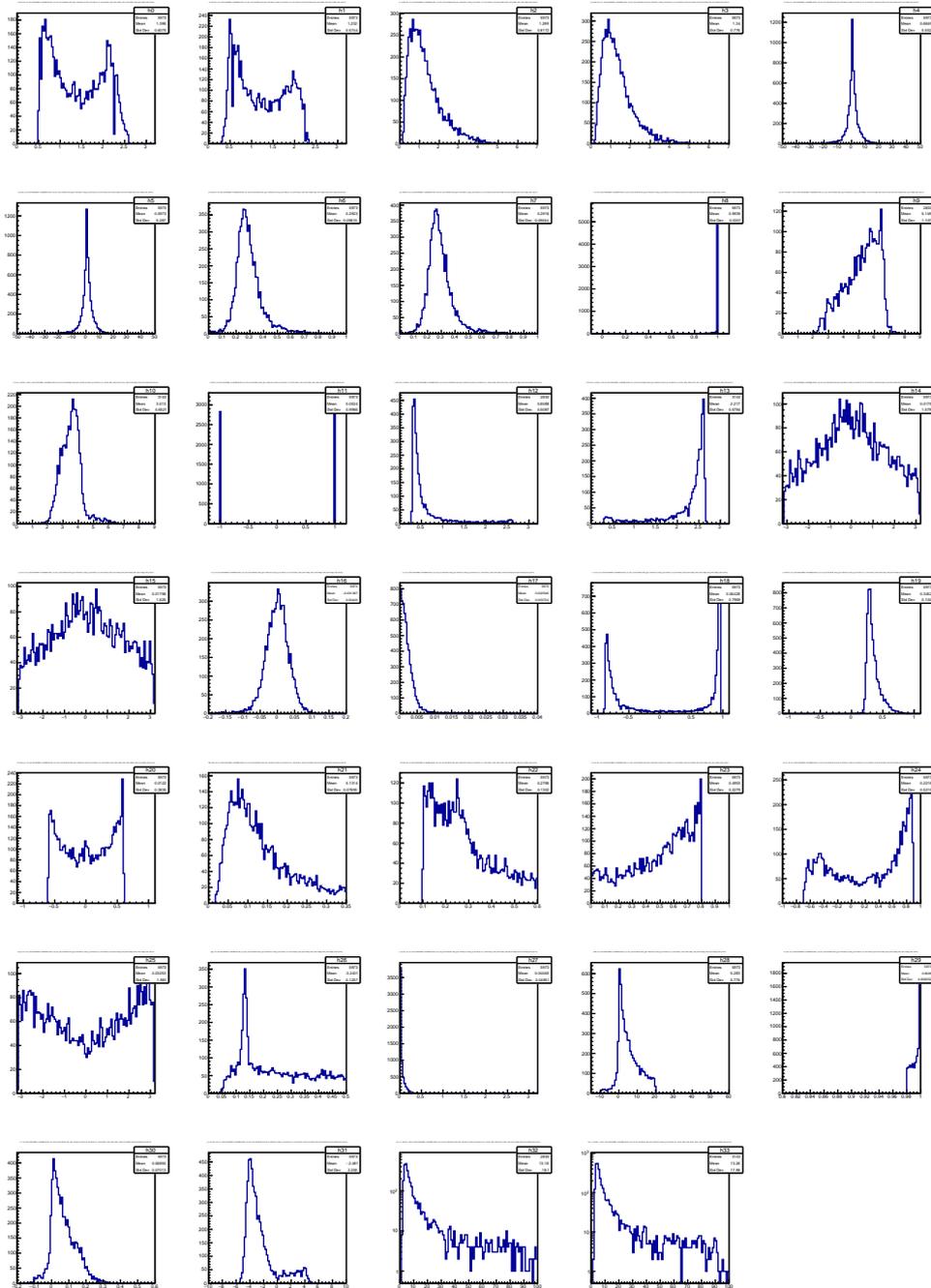


図 89 実験データに対して全ての選別条件を課した後の様々な変数の分布

A.8 BHWIDE MC に対して全ての選別条件を課した後の様々な変数の分布

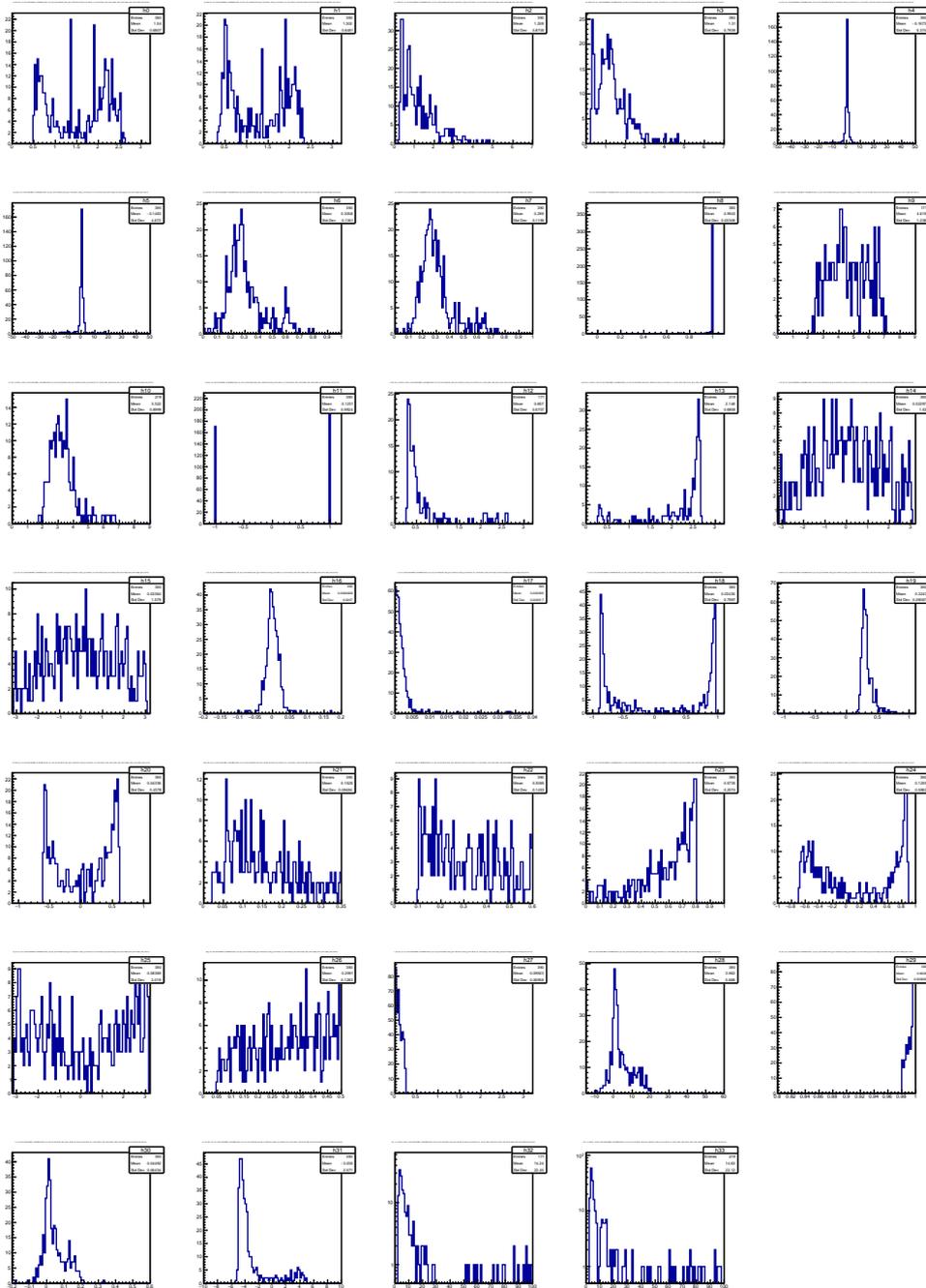


図 91 BHWIDE MC に対して全ての選別条件を課した後の様々な変数の分布

A.9 TEEGG MC に対して全ての選別条件を課した後の様々な変数の分布

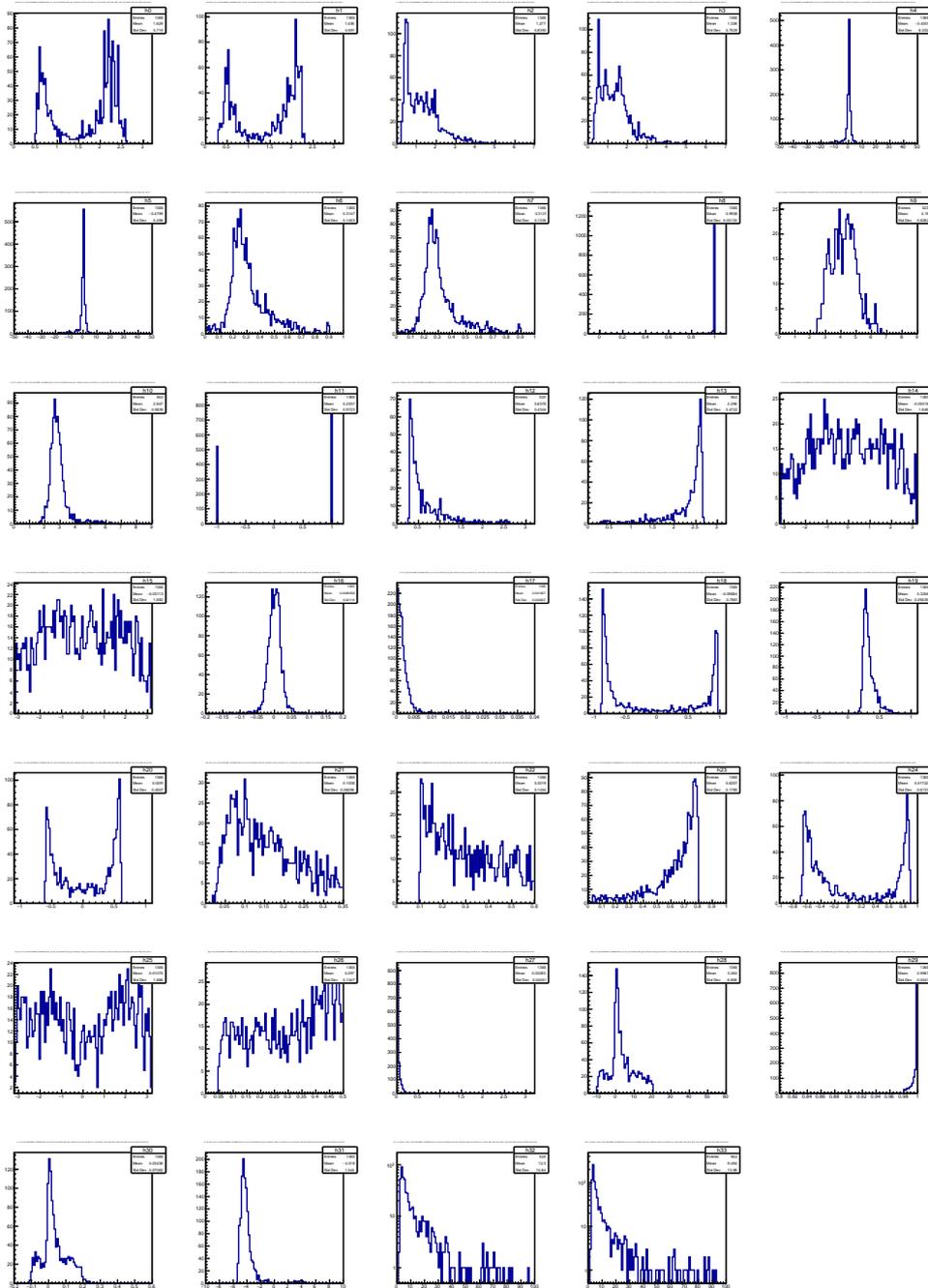


図 92 TEEGG MC に対して全ての選別条件を課した後の様々な変数の分布

付録 B トリガーのオンラインモニター

Belle II 実験は 2016 年 2 月から衝突実験や加速器の試運転実験が始まり、現在は PhaseIII と呼ばれる本格的な物理データ取得やビーム強度を 40 倍に上げる計画が現在進行している。オンライントリガーとはその高輝度衝突下で物理的に興味のある事象であるか否かを 1 マイクロ秒以下に判断する高速エレクトロニクスシステムであり、Belle II 実験の長期安定運用ためには、このオンライントリガーの異常をすぐに検知するモニターが必要である。この付録 B では、制作したオンラインモニターと実際の実験の環境下でのそのオンライントリガーモニターシステムの性能について報告する。

B.1 オンラインモニターの開発

B.1.1 オンライントリガーの状況

2019 年までは、実験が始まると、各検出器の異常を監視するエキスパートシフターが図 93 のような、様々な変数のモニターを見て、基準値である緑線と実験値の青線を比較し検出器の異常を察知してきた。この図 93 のようなモニターは run と呼ばれる数分～数時間の実験毎に図が表示される。実験の異常は、基準である緑の線との差でモニターすることになるが、過去にどのような状態であったかという情報がないことや基準の更新が遅れることもあり、実際に異常なのかどうかの判断が難しいことがあった。

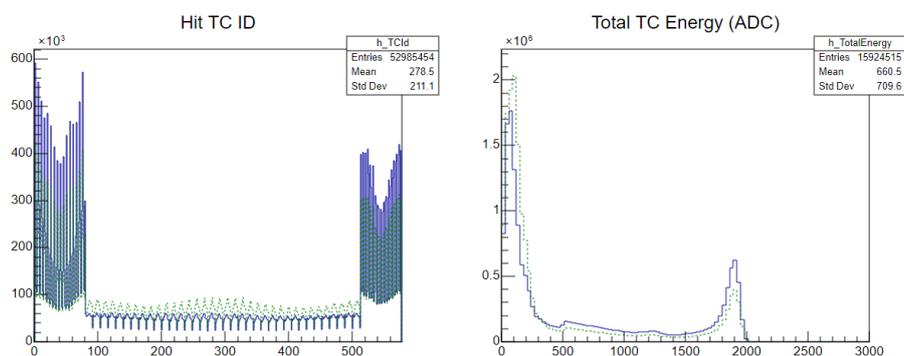


図 93 トリガーモニターの図

B.1.2 DAQHLT ヒストグラム

DAQHLT ヒストグラムとは図 94 のように run 毎に各トリガーを満たしたイベントの数が入ったヒストグラムであり、 $c4|hie$ であれば $c4$ か hie を満たす、 $fff\&(c4|hie)$ であれば fff の条件を満たしかつ $c4$ か hie どちらかを満たすという意味である。CDC トリガーの fff 、ECL トリガーの hie 、 $c4$ 等のトリガーの種類と条件は本章の表 5、表 6 に記載してある。このそれぞれの要素はトリガー率を表す重要な量であるが、その数%の変動をこのヒストグラムから発見することは不可能である。

B.1.3 トリガー件数の時間変動モニター図

トリガー件数の時間変動モニター図を図 95 に示す。横軸が run 番号、縦軸がトリガー検出効率となっている図のことである。CDC を用いたトラックトリガーと ECL を用いたカロリメータトリガーは異なる検出器でそこからの情報は全く独立である。そのため、片方のトリガーで収集された事象を用いて、他方のトリガ効率を求めることができる。実際、粒子数の多いハドロン事象はトラックトリガーもカロリメータトリガーも満たすと期待されているので、トラックトリガーの効率は、ハドロン事象を用いて、カロリメータトリガーでトリガーされた事象数と、カロリメータでトリガーされかつトラックトリガーでもトリガーされた事象数の比 (式 42、式 43) から求めることができる。本研究では、ハドロン事象として選別されたイベントを使ったトリガー効率のモニター 6 種類、バーバー散乱事象を使ったトリガー効率のモニターを 2 種類、ミューオン対事象を使ったトリガー効率のモニターを 2 種類、タウ粒子対事象を使ったトリガー効率のモニターを 1 8 種類、HLT トリガーのモニターを 4 種類、バーバー散乱の電子のエネルギーをみるためのモニターを 4 種類、計 6 4 種類のモニター図の制作を行った。

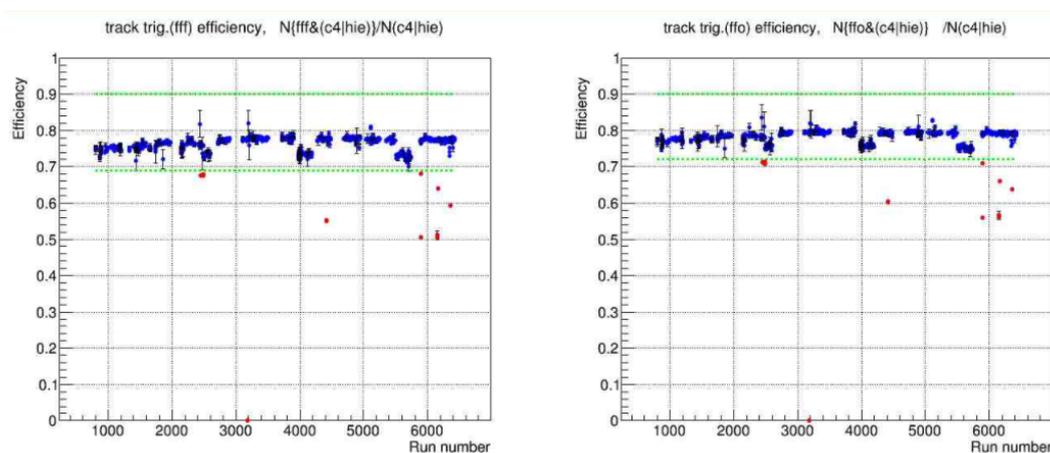


図 95 モニター図。左図が効率 fff、右図が効率 ffo の図である。

$$\text{効率 } fff = \frac{fff \text{ トリガーが反応かつ、} c4 \text{ トリガーか } hie \text{ トリガーが反応したイベント数}}{c4 \text{ トリガーか } hie \text{ トリガーが反応したイベント数}} \quad (42)$$

$$\text{効率 } hie = \frac{hie \text{ トリガーが反応かつ、} fff \text{ トリガーか } ffo \text{ トリガーか } ffb \text{ トリガーが反応したイベント数}}{c4 \text{ トリガーか } hie \text{ トリガーが反応したイベント数}} \quad (43)$$

B.1.4 オンライントリガーモニターシステム

図 96 に本トリガーモニターを随時表示するために組み上げたモニターフローの図を示す。まず実験で収集したデータを用いて KEK のメインコンピュータ (KEKCC) で DAQHLT のヒストグラムが作られる。

DAQHLT ヒストグラムが作成された後に、同じ KEKCC 内で、図 95 に示すモニター図を 5 分毎に自動制作する。モニター図が自動制作されたあと、自動的にその図は web.html のファイルへ 5 分毎に転送され、ウェブページに表示される。図 97 にトリガーモニターのトップページの図を示す。このページは KEKVPN のアカウントを持っている人のみみることが出来る。DAQHLT ヒストグラムが作られ、ウェブページに表示されるまで一つの run 終わってから約 30 分程度である。一つの run が終わり、DAQHLT ヒストグラムが作られるまで約 30 分程度でこの段階が一番時間がかかる。exp14 からは kekcc 内で DAQHLT ヒストグラム、モニター図を制作していたが、場所を kekcc から bdaq に変更し、run が終わりにすぐに反映されるようになった。

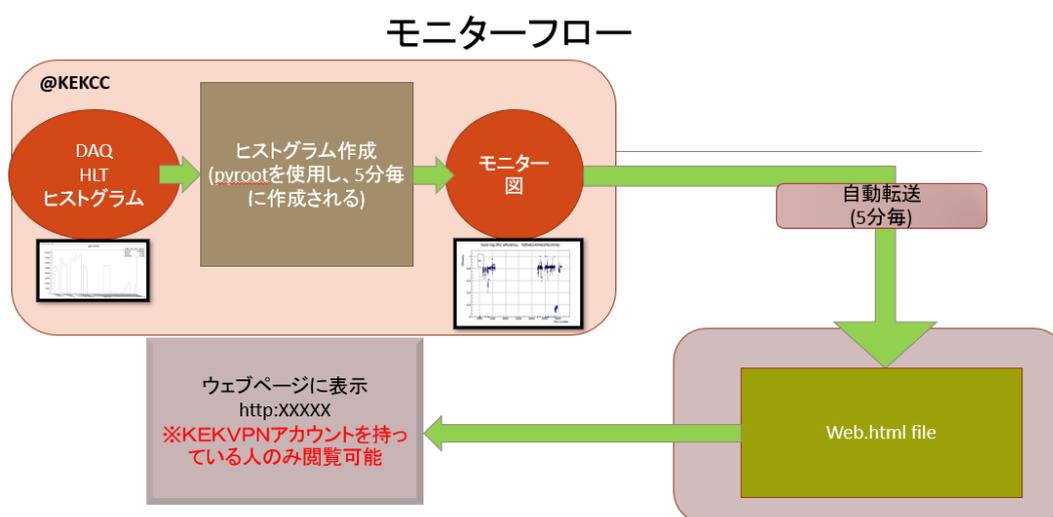


図 96 モニターフローの図

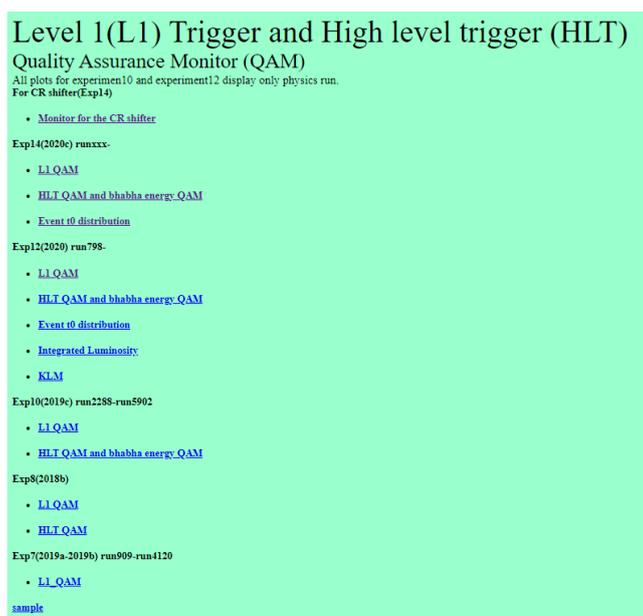


図 97 トップページ

B.1.5 具体的な自動化について

オンライントリガーモニターシステムで、自動化になっているのは以下の過程である。

- 1 DAQHLT ヒストグラムからモニター図を制作
- 2 KEKCC から web.html が置いてある場所に画像を送る時
- 3 ウェブページの更新

DAQHLT ヒストグラムからモニター図を制作する際は、UNIX 系の常駐プログラム的一种である、ユーザーが設定したスケジュールに基づきコマンドを自動で実行する、cron を使い、図を自動作成している。例えば、`$crontab -l`

を実行し、

```
05 3 1 11 * /プログラムのディレクトリ
```

とすると、11月1日午前3:05分に指定したプログラムが実行される。

```
$crontab -r
```

と間違えてコマンドを実行すると、cron の設定がすべて消えてしまうので、テキストファイルに cron の設定を書き、

```
$crontab ファイル名.txt
```

で実行している。今は、

```
/5 * * * * /パス/XXX.sh
```

として、五分毎にシェルスクリプトファイルの XXX.sh を実行している。シェルスクリプトファイルの中は、以下の図のようになっている。

KEKCC から web.html が置いてある場所に画像を送る時も、cron を使い、シェルスクリプトに画像送信のコマンドを書いている。

ウェブページの更新は、html のファイルに、meta 要素の `<meta http-equiv="refresh" content="60">` を追加し、自動更新をしている。今であれば 60 秒ごとにページを自動更新することになる。

```
#!/bin/sh
/home/belle/aoyamami/TrigMon/time/trig/hadron.py 7 hadron
/home/belle/aoyamami/TrigMon/time/trig/hadron.py 8 hadron
/home/belle/aoyamami/TrigMon/time/trig/bhabha.py 7 bhabha
/home/belle/aoyamami/TrigMon/time/trig/bhabha.py 8 bhabha
```

図 98 シェルスクリプトの中身

B.2 実験での実装

表 B.2 は Belle II 実験が始まってから行われた物理実験の実験番号とその実験が行われていた期間を表す。このオンライントリガーモニターシステムは exp10 から実装され、(CR) シフターとトリガーシフターはこのモニターの監視を義務づけている。(CR) シフターとは、筑波 B3 コントロールルームで実験遂行に責任を持つ人をさし、そこで run 監視、run の遂行、EventDisplay や DQM の確認を行うことが任務である。その任務の一つにモニターの監視がある。それは、コントロールルームに 9 台あるモニターを監視する仕事で、その中の一つにこのオンライントリガーモニターが含まれている。図 99 が実際にコントロールルーム内の写真で

あり、左下の赤い矢印のモニターが今回開発したモニターである。

表 19 実験番号毎の物理 run の範囲と物理 run のデータが収集された時期

実験番号	run の範囲	収集された時期
exp7	1353-3752	2019 年 3 月～2019 年 5 月
exp8	277-2638	2019 年 5 月～2019 年 7 月
exp10	3129-5902	2019 年 9 月～2019 年 12 月
exp12	797-6427	2020 年 3 月～2020 年 7 月
exp14	694-2135	2020 年 10 月～2020 年 12 月

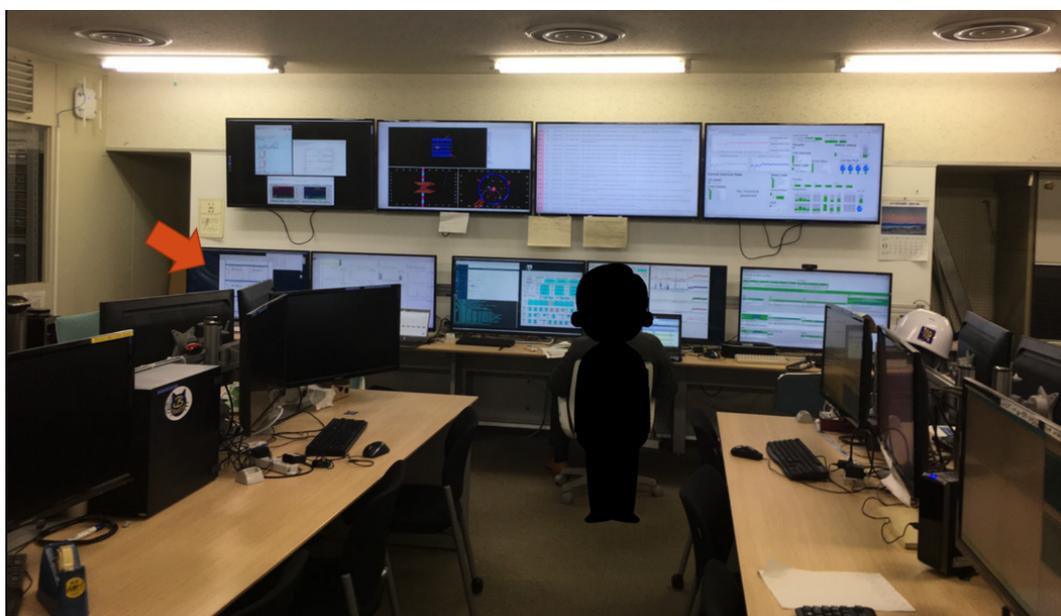


図 99 Belle II 実験のコントロールルームの様子

B.2.1 CR シフターが見るモニターの様子

図 100 にコントロールルームで表示されるモニターの図を示す。異常がすぐわかるように、物理 run をもっとも最近の 20 個のみ表示している。また緑線は過去の実験から決めた基準値であり、基準値を超える赤く点をプロットするようにしている。このトリガーモニターは、これまでに様々なトリガーシステムやデータ収集時の異常を発見し、データの信頼性を高めることに貢献した。

B.3 まとめ

今回制作したオンライントリガーモニターシステムは 2019 年 10 月の実験から実装され、トリガーシステムの異常を検出し、belleII 実験の長期安定運用に重要な役割を果たした。また、モニターを使用し、効率が基準値が越えた値の BAD run list を制作し、データの品質を高めることに貢献した。

Trigger QAM. Only physics run is displayed.

These plots will be updated < 10min after the end of the run.

exp 14, r2056 to r2135, Date 2021-01-21 14:46

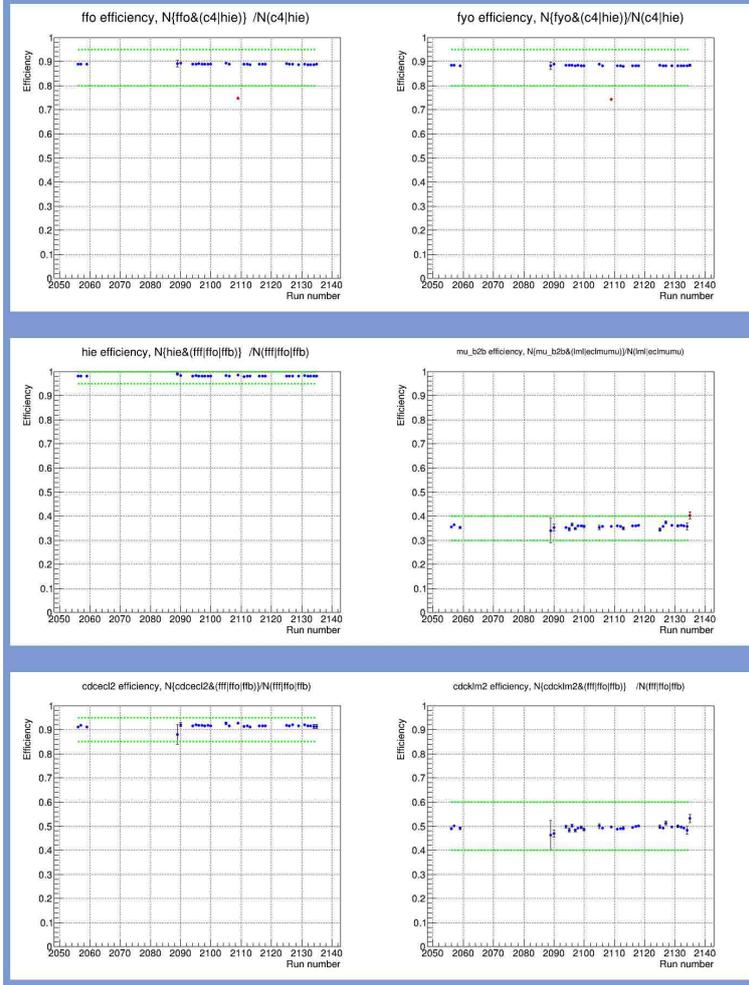


図 100 CR シフターが見るモニターの図

付録 C オフラインデータを用いたオンライントリガー検出効率の評価

C.1 目的

オンラインモニターで表示している3つのトラック事象の検出効率はハドロンイベントを使い、以下の式(44)を用いて計算しているが、オンラインのハドロンイベントの選別条件は緩く、トラック数が3本でも横運動量がトラックトリガーの条件を満たさない事象や光子のエネルギーが高いがトラックは前方に放出されているというイベントも含まれている。

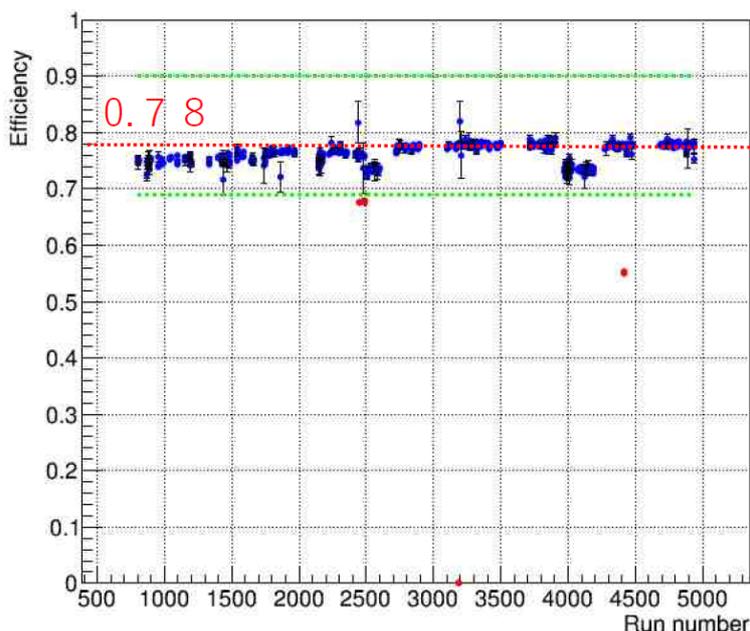


図 101 fff のモニターの図

$$\text{効率 } fff = \frac{\text{fff トリガーが反応かつ、c4 トリガーか hie トリガーが反応したイベント数}}{\text{c4 トリガーか hie トリガーが反応したイベント数}} \quad (44)$$

そのために、トラックトリガーの実際のトリガー効率が低く評価されている。そのため、オフラインデータを用いてトラックトリガーが on になるべき事象に対して、実際のトラックトリガーが何% になっているかという真のトリガー効率を評価するのが、本章の目的である。

C.2 評価したオンライントリガーの名前と説明と使ったサンプルと解析方法

本付録では、オンライントリガー fff、ffy、ffo、fyo、ffb、hie のトリガー効率の評価を行った。ここで、'f' は 2d のトラック (CDC の軸方向に張ったワイヤーの情報のみを用い再構成したトラック)、'y' はニューラルネットワークを使い z 方向の情報も用いた 3d トラック、'o' は 2 本のトラックの間の角度が 90° 以上、'b' は 2 本のトラックの間の角度が 150° 以上ということを表している。

C.3 使ったサンプル

使ったサンプルは、ハドロンサンプルと $\mu\mu$ サンプルを使った。

C.4 解析方法

以下 (1)~(3) を満たすものをオフラインでよく再構成されたいトラック、グッドトラック (good track) と定義した。

- (1) トラックとビーム衝突点までの最近接距離が z 方向で $|z_0| < 1\text{cm}$ 、 $x-y$ 平面で $|d_0| < 1\text{cm}$
- (2) CDC 内の最初のヒットが最初の層が 8 層目まで、最後の層が 50 層目より大きい。
- (3) 横運動量 p_t が 0.3GeV より大きい。

また、 ϕ で、 $-1.5\text{rad} < \phi < -0.5\text{rad}$ を除く。

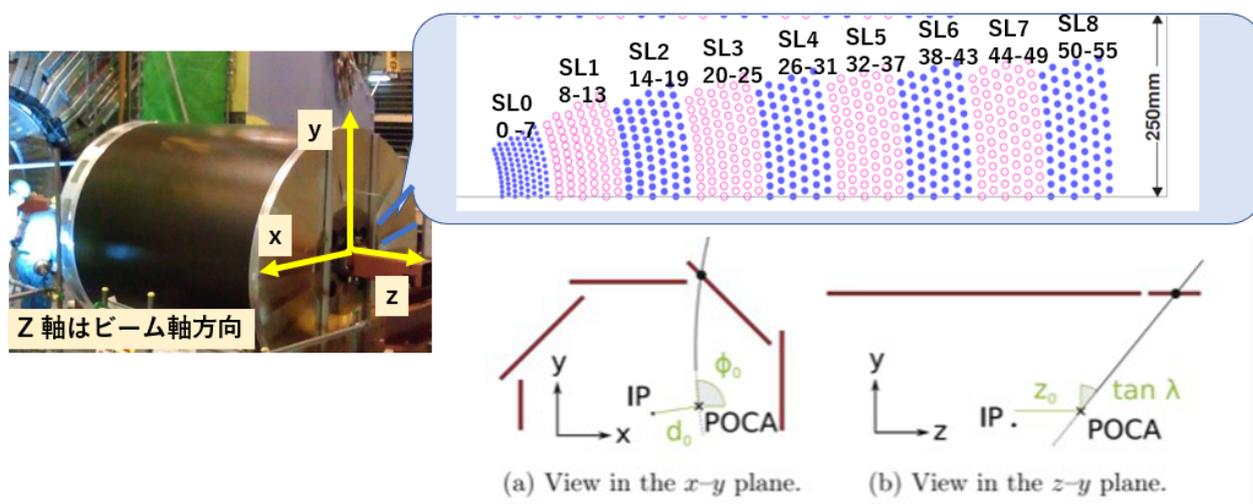


図 102 CDC の写真と SL の関係の図と z_0 と d_0 の関係の図

C.5 各効率の計算方法

トリガー i に対するトリガー効率は以下の式 (45) から求めた。

効率 $i =$

$$i = \frac{i \text{ 番目のオンライントリガーが反応かつ } i \text{ 番目のトリガーのオフライン条件を満たすイベント数}}{i \text{ 番目のトリガーのオフライン条件を満たすイベント数}} \quad (45)$$

ここで i はトリガーの種類で、fff、ff y 、ff o 、f y o 、ff b 、hie である。オフライン条件とは、そのオンライントリガーの満たす条件。例えば fff のオフライン条件であれば、

- (1) オフラインのグッドトラックが 3 本以上
- (2) カロリーメータートリガーの条件を満たす (c4 or hie)

(3) ϕ の good 領域を満たす

C.6 オフラインで求めたトリガー効率の run 依存性

図 103 に実験 12 における、オフラインデータを用いた fff トリガーの run 依存性を示す。左図がハドロンサンプル、右図が $\mu\mu$ サンプルを使った結果である。赤い値は run797~run4896、緑の値は run797~2476、青い値は run2720~4896 のの平均値の値となっている。図 104 に他のトリガーの場合の結果値をまとめた。

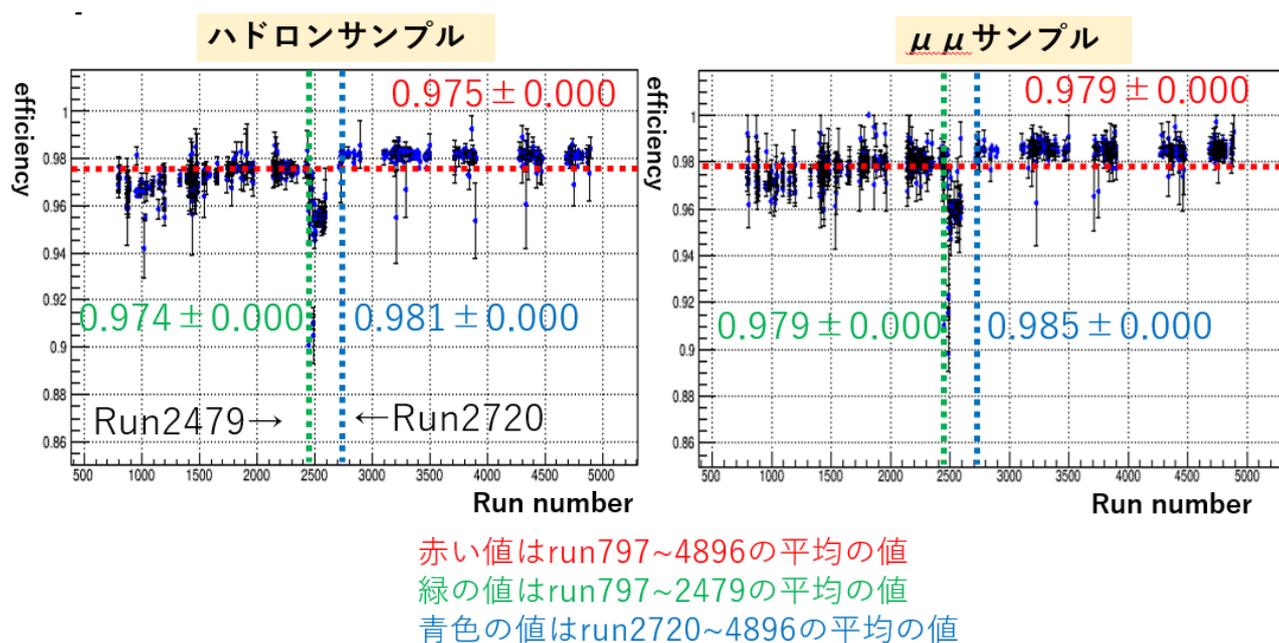


図 103 実験 12 のデータを使った、効率 fff の図

C.7 オフラインデータを用いてトリガー効率を評価したまとめ

オフラインデータを使って、オンライントリガーの評価をしたところ、効率 fff は 0.97-0.98、効率 ffo は 0.96-0.97、効率 ffb 0.91-0.92、効率 hie は 0.994 とどれも高い値をとることがわかった。また、ハドロンサンプル、 $\mu\mu$ サンプル、両方に見られる。前半の run の範囲を run797~run2479、後半の run の範囲を run2720~4896 と分けた時に、全体的に前半の run の範囲の平均値が後半の run の範囲に比べて低めであることがわかった。

	前半のrun		後半のrun		全てのrun
ハドロンサンプル	run797~run2479		Run2720~4896		run797~4896
効率 \underline{fff}	0.974 ± 0.000	0.7%UP	0.981 ± 0.000		0.975 ± 0.000
効率 \underline{ffo}	0.964 ± 0.001	0.7%UP	0.971 ± 0.007		0.964 ± 0.001
効率 \underline{ffb}	0.908 ± 0.003	1.4%UP	0.921 ± 0.002		0.906 ± 0.003
効率 \underline{hie}			0.994 ± 0.000		

$\mu\mu$ サンプル	run797~run2479		Run2720~4896		run797~4896
効率 \underline{fff}	0.979 ± 0.000	0.6%UP	0.985 ± 0.000		0.979 ± 0.000
効率 \underline{ffo}	0.959 ± 0.001	0.9%UP	0.968 ± 0.007		0.958 ± 0.002
効率 \underline{ffb}	0.914 ± 0.003	1.4%UP	0.927 ± 0.002		0.911 ± 0.003

図 104 オフラインデータを用いて調べたトラックトリガーのトリガー効率のまとめ、上の表はハドロンサンプル、下の表は $\mu\mu$ サンプルを使っている。

C.8 ϕ の領域の依存性

実験 12 で最初の run から、FE200 という一つのセクターに問題があるとわかっていた。そこで、図 105 のように、FE 200 を含む領域を Bad ϕ region、FE200 を含まない領域を Good ϕ region とし、 ϕ の領域による、検出効率の依存性があるかどうかを調べた。図 106 に結果をまとめた表を示す。ここで、All ϕ region は Good ϕ region と Bad ϕ region を足した領域である。

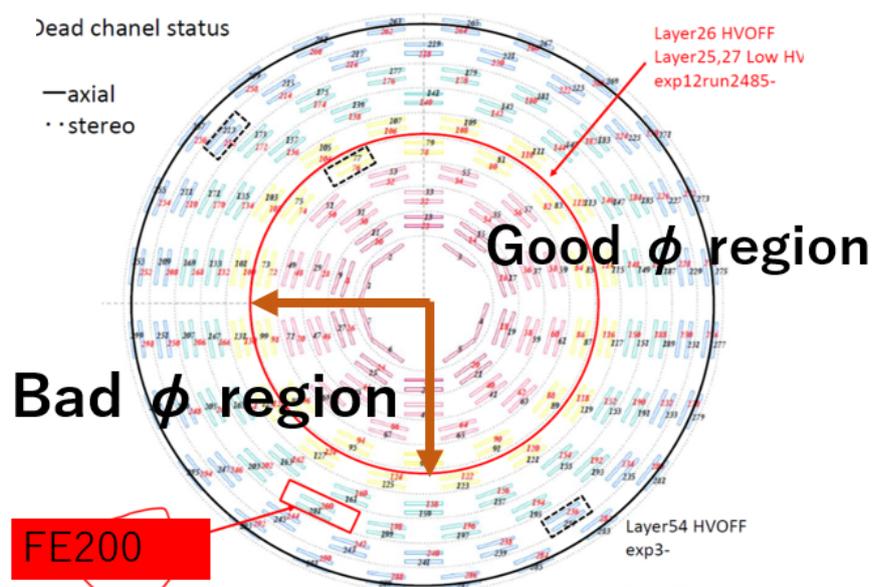


図 105 c d c 内のレイヤーの配置図

Hadron events	Good ϕ region	All ϕ region	Good ϕ region	All ϕ region
	run797~run2479		Run2720~4896	
効率fff	0.974 +- 0.000	0.966 +- 0.000	0.981 +- 0.000	0.975 +- 0.000
効率ffo	0.964 +- 0.001	0.959 +- 0.001	0.971 +- 0.007	0.968 +- 0.007
効率ffb	0.908 +- 0.003	0.900 +- 0.003	0.921 +- 0.002	0.915 +- 0.002

図 106 各トリガーの ϕ の領域の依存性の表

図 106 を見ると、前半の run の範囲、後半の run の範囲両方とも、Good ϕ region での効率が、All ϕ region に比べて高く、悪いセクターの影響がトラックトリガー効率にも反映されていることを確認した。

C.9 効率 fff の残り 2% の inefficiency の調査

オフラインデータを使った、効率 fff は約 98% とほぼ 100% に近い結果になったが、残りの 2% が何が原因で、効率が落ちているのかを確認するために、イベントディスプレイを使って調査をした。その調査した結果を図 107 に示す。

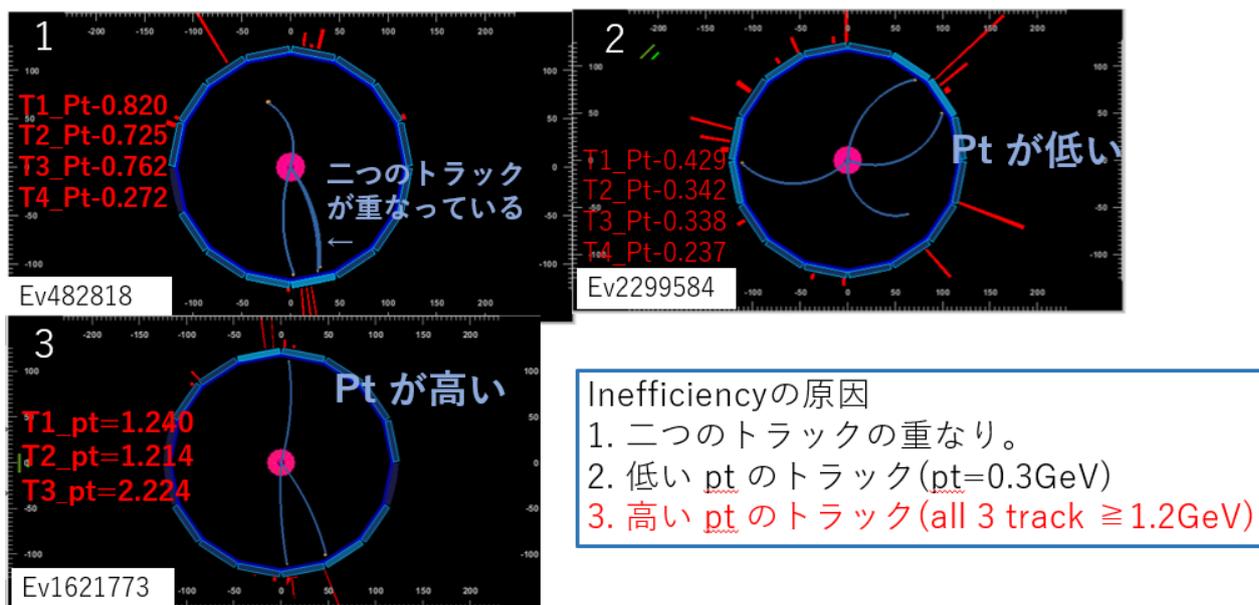


図 107 inefficiency の原因の図

2% 中のイベントを見ていくとそのほとんどが、次の 3 つの原因のどれかにあてはまることがわかった。まず一つ目は、二つのトラックが重なってしまうことによる誤認識である。fff はトラックが三本以上を要求するトリガーであるが、例えば 1 イベント中に 3 本トラックがあっても、3 本のうち 2 本が重なっていると、イベント中にトラックが 2 本と認識され、fff トリガーは反応しない。二つ目はトラックがもつ pt の値が 0.3 付近のためである。トラックの pt が 0.3 付近であると、CDC 内で一回転してしまい、誤認識されてしまう。この場合、もし 1 イベント中に 3 本トラックがあっても、どれか pt が 0.3 付近であれば、fff が反応しない可能性がある。3 つ目はトラックがもつ pt の値が高いためである。図 107 の左上に 3 と書かれたイベントディスプレイを見ると、すべてのトラックの pt が 1.2GeV 以上なのに fff が反応していない。

C.10 効率 ffb について

オフラインデータを使った、効率 ffb は約 98%、効率 ffo は約 97% に対し、効率 ffb は約 90% という結果になった。ffb はトラックを二本以上、間の角度が 150° 以上を要求するトリガーである。オフラインデータを使った条件を、2 本間のトラックの角度の範囲を 10° 刻み、 $150^\circ \sim 160^\circ$ 、 $160^\circ \sim 170^\circ$ 、 $170^\circ \sim 180^\circ$ に変えて効率 ffb が低くなる原因を探った。以下図 108 にその結果を示す。

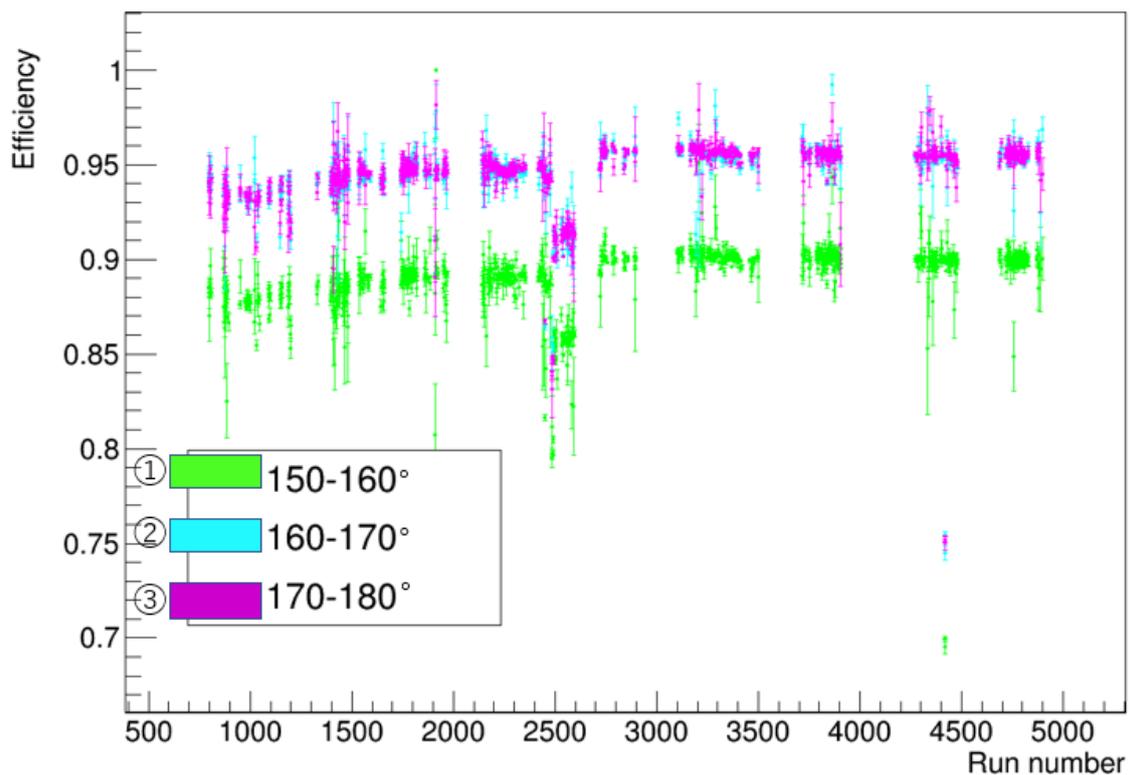


図 108 効率 ffb の図

図 108 より、オフライン条件、二つの間のトラックの角度を $150^\circ \sim 160^\circ$ のときに効率が落ちることが分かった。

付録 D ffo の検出効率

ここでは、実験 12 での ffo 検出効率について解析した結果を記す。

D.1 目的

図 D.1 は 2020 年 5 月 28 日に行われたトリガー会議で、M.Bertems 氏が発表したスライドの図である。この図では exp7、8、10 において ffo の検出効率が $\cos\theta \simeq 0$ 付近、つまり図 110 のようにビーム軸に垂直に抜けるトラックの検出効率が少し落ちていることがわかる。そこで、exp12 においても ffo の検出効率を求め、同じように検出効率の低下が起きていないかを確認し、それが起きていればその原因を探るのが本目的である。

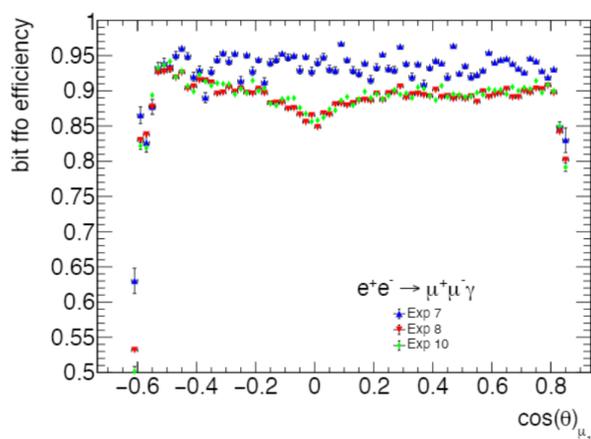


図 109 M.Bertems さんが制作した、exp7,8,10 の ffo の検出効率

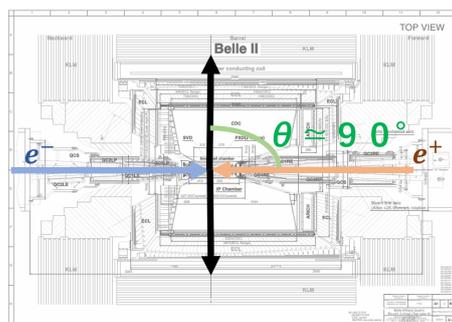


図 110 belleII 測定器の断面図

D.2 使ったサンプルと解析方法

D.2.1 使ったサンプル

使ったサンプルは exp12 の mumu2trk サンプルで、run 番号が 4000~6000 である物理の run を使用した。mumu2trk サンプルは横運動量 pt が 0.2GeV より大きいトラックの本数が二つ以上を要求している。

D.2.2 オフライングットトラックの選別条件

オフライングットトラックの選別条件として、 $|z_0| < 1\text{cm}$ 、 $|d_0| < 1\text{cm}$ 、 $pt > 0.3\text{GeV}$ 、CDC 内の最初のヒットが 8 番目の層までで、最後のヒットが 50 番目以降を要求する。

D.2.3 トラックが二つの事象選別

オフライングットトラックが二本、その他に衝突点からきてるトラックが 0 本であることを要求、2 本のトラックの電荷の合計が 0、運動量が一番高いトラックの pt の電荷が +、 $r-\phi$ 平面での二つのトラックの間の

角度が 90° 以上を要求した。以下ではこれらすべての条件のことをオフライン条件と定義する。

D.2.4 効率 ffo の計算方法

ffo オンライントリガーの要求は、トラックが二本以上かつトラックの間の角度が 90° 度以上であり、現在のオフライン条件は ffo オンライントリガーの条件を満たすと考えることができる。したがって、効率 ffo を 46 のように定義すれば、 ffo の効率が評価する。

効率 $ffo =$

$$\frac{ffo \text{ オンライントリガーが反応かつ、} c4 \text{ トリガーか } hie \text{ トリガーが反応かつオフライン条件を満たすイベント数}}{c4 \text{ トリガーか } hie \text{ トリガーが反応しかつオフライン条件を満たすイベント数}} \quad (46)$$

D.3 exp12 における ffo 検出効率

図 111 に検出効率を求めた結果を示す。図左上の All は、c4 トリガーか hie トリガーが反応かつオフライン条件を満たすイベント数で、ffo は ffo オンライントリガーが反応しているイベント数という意味である。一番左図は ffo オンライントリガーが反応かつ、c4 トリガーか hie トリガーが反応かつオフライン条件を満たすイベント数のヒストグラム、真ん中図は c4 トリガーか hie トリガーが反応かつオフライン条件を満たすイベント数のヒストグラム、右図は ffo の検出効率の結果である。横軸は 1 イベント中で一番高い運動量を持つトラックの $\cos\theta$ となっている。

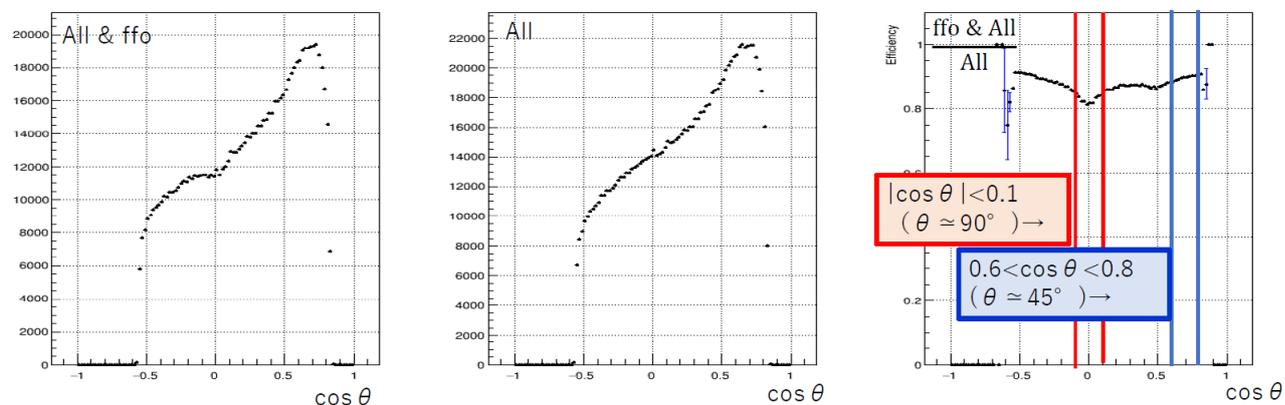


図 111 ffo の検出効率の図

効率 ffo の図を見ると、 $|\cos\theta| < 0.1$ で、他の範囲に比べて検出効率が落ちている。このようにして、実験 1 2 でも $\cos\theta \simeq 0$ 付近の検出効率が落ちているのを確認した。

この原因を調べるために、トラックの個々のヒット点のドリフト時間 (TDC) とヒット信号の大きさ (ADC) について、 θ の範囲を $\theta \simeq 90^\circ$ 、 $\theta \simeq 45^\circ$ のトラックに分け、それぞれを調べた結果を以下に示す。

D.3.1 TDC とドリフトタイムの関係

ドリフトタイムの関係は以下の図のようになっており、左側の写真が CDC の写真で、右側のイラスト図が CDC を x-y 平面で見たときのイラスト図である。TDC は Time to Digital Converter の略であり、アナログ量をデジタル量に変換するモジュールである。CDC では Comon Stop 方式が採用されている。チャンネルごとの TDC データの始まり点を T_0 とし、TDC のデータを T_{TDC} とすると、ドリフト時間は $T_0 - T_{TDC}$ になる。なので、ドリフトタイムが短い = TDC が大きい = ワイヤーに近いとなり、ドリフトタイムが長い = TDC が小さい = ワイヤーに遠いとなる。

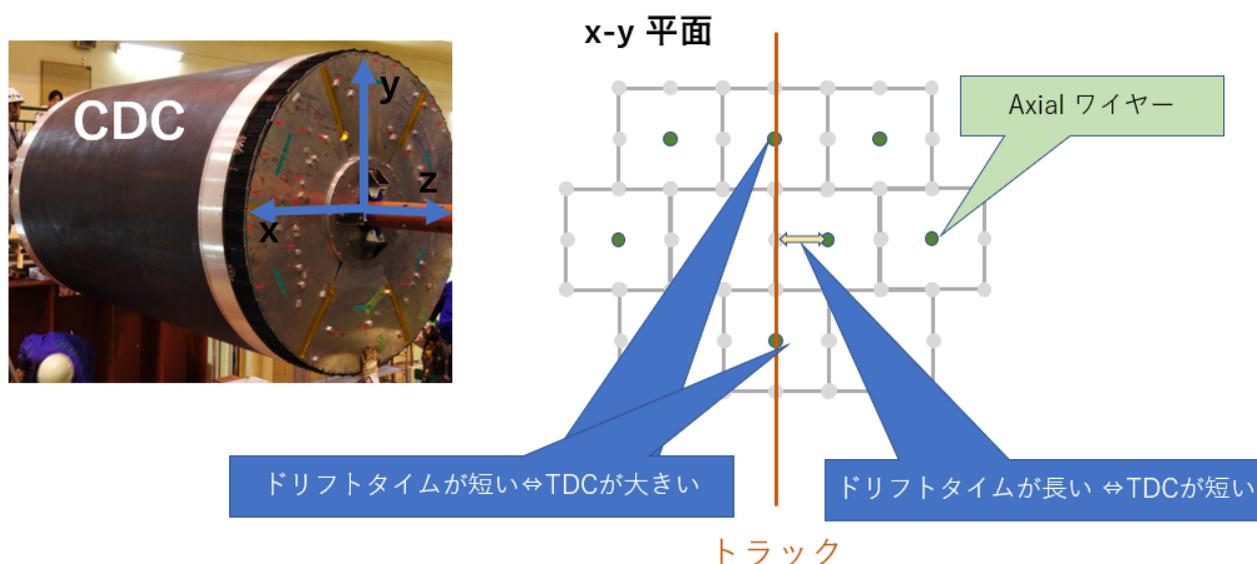


図 112 TDC とドリフトタイムの関係の図

D.3.2 様々な TDC の分布

図 113 は全イベントのトラックの TDC を詰めていったヒストグラムで、左側が ALL & ffo、真ん中が ALL、右側が効率 ffo の図となっていて、赤点が $\theta \simeq 90^\circ$ 、青点が $\theta \simeq 45^\circ$ となっている。

一番右側の図をみると、青点に比べ赤点の検出効率が低いのがわかる。

図 114 はトラック毎に、一番値が大きい TDC の値を TDC_{max} とし、 $\Delta TDC = TDC_{max} - TDC$ を詰めていった図である。 ΔTDC が大きいと、ワイヤーから遠く、 ΔTDC が小さいとワイヤーが近いということになる。図 114 をみると、ワイヤーが遠いと所で検出効率が下がっているのがわかる。

図 115 はトラック毎に、一番値が大きい TDC の値を TDC_{max} から一番値が小さい TDC の値を TDC_{min} を引いた分布である。

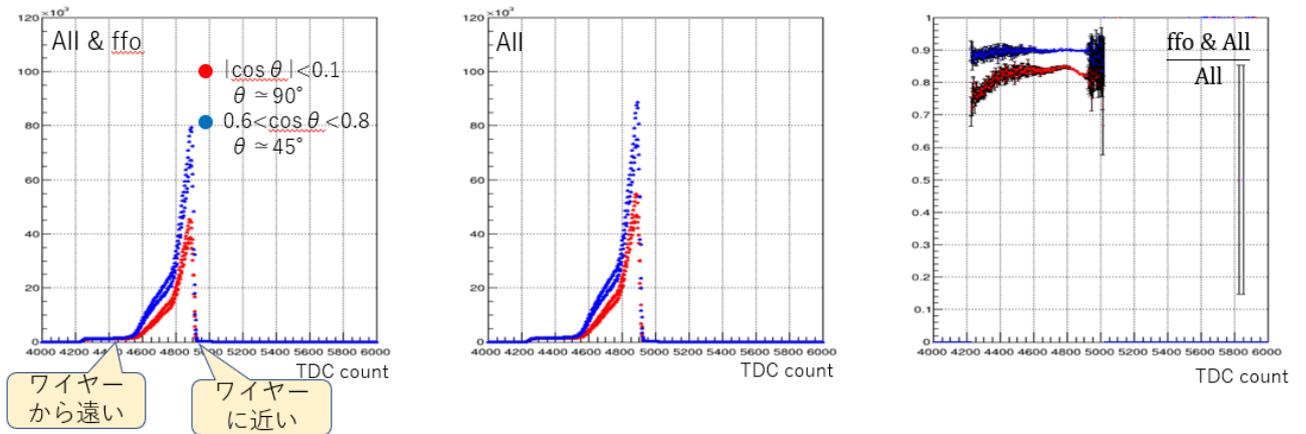


図 113 TDC の分布

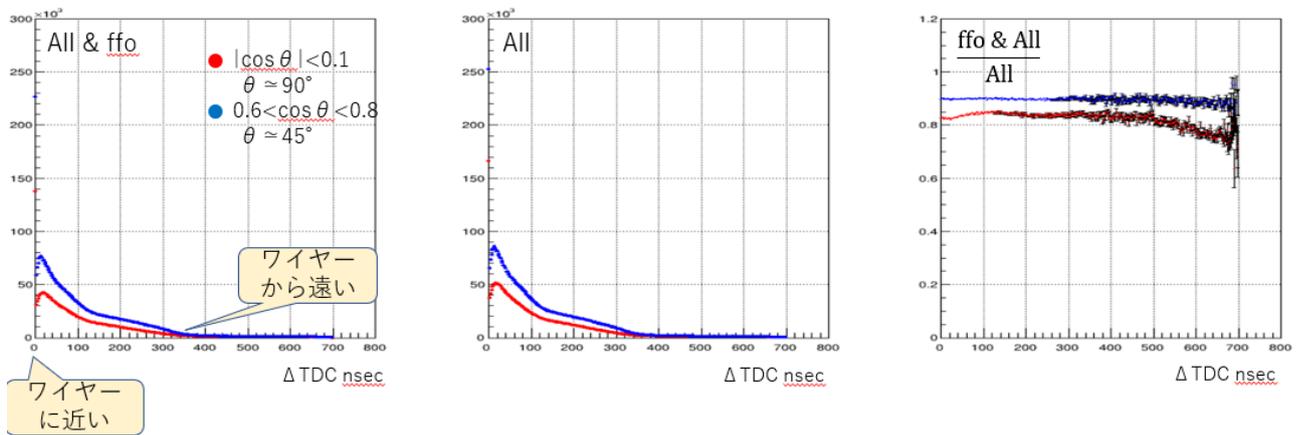


図 114 $\Delta TDC = TDC_{max} - TDC$ の分布

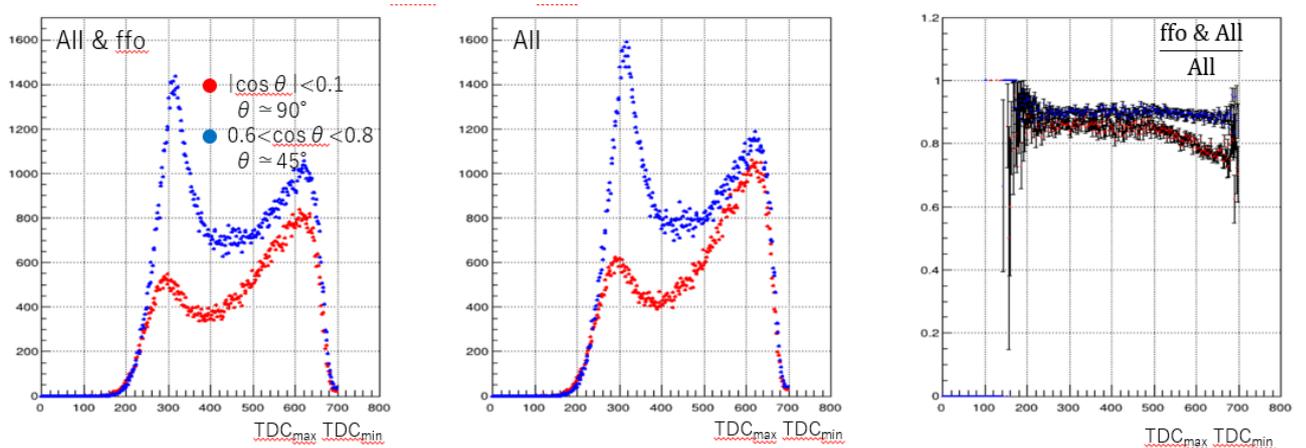


図 115 $T_{max} - T_{min}$ の分布

図 116 はイベント中の一番運動量が高いトラックの運動量を、2~3、3 以上の二つに分けた図である。緑の点が運動量の範囲が 2~3、黄色の点が運動量の範囲が 3 以上、赤点と青点が、運動量の制限なしの点である。上図が $\theta \simeq 90^\circ$ 、下図が $\theta \simeq 45^\circ$ の図である。 ffo の効率を見ると、あまり運動量による効率の差は見られなかった。

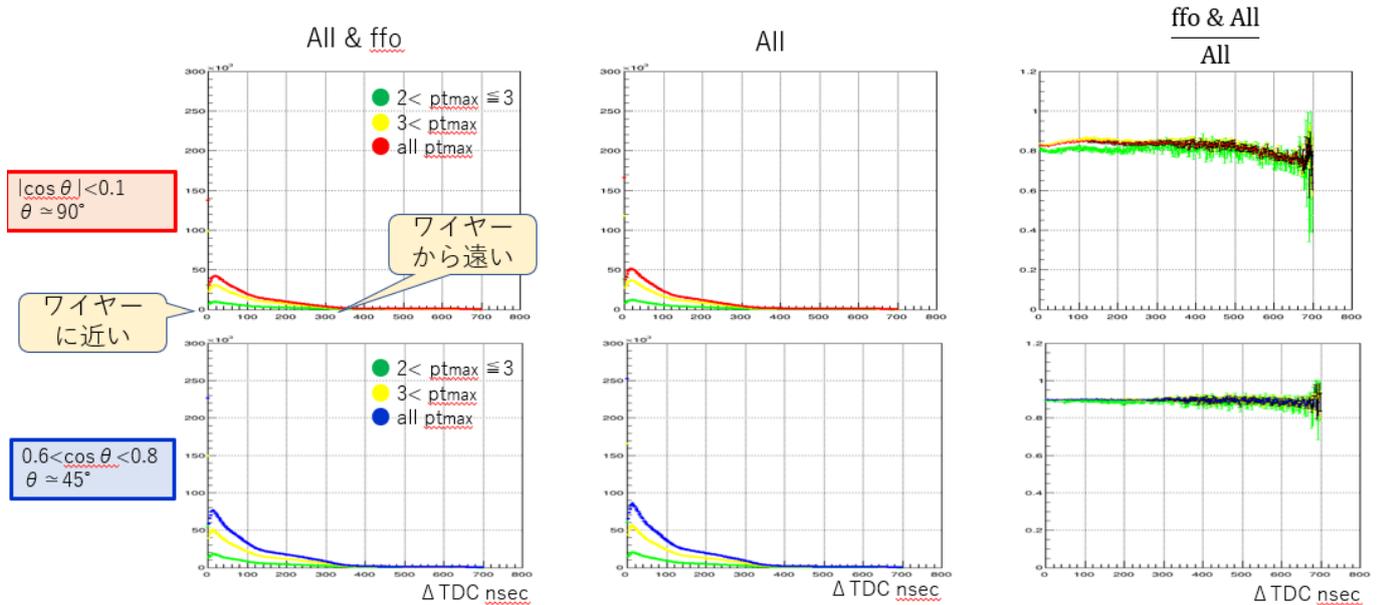


図 116 pt 毎の TDC の分布

図 117 はイベント中の一番運動量が高いトラックの電荷を ± 1 で分けた図である。赤色の点が $\theta \simeq 90^\circ$ 、電荷が +1、淡い赤が $\theta \simeq 90^\circ$ 、電荷が -1、青色の点が $\theta \simeq 45^\circ$ 、電荷が +1、淡い青が $\theta \simeq 45^\circ$ 、電荷が -1 である。 ffo の効率を見ると、あまり電荷による効率の差は見られなかった。

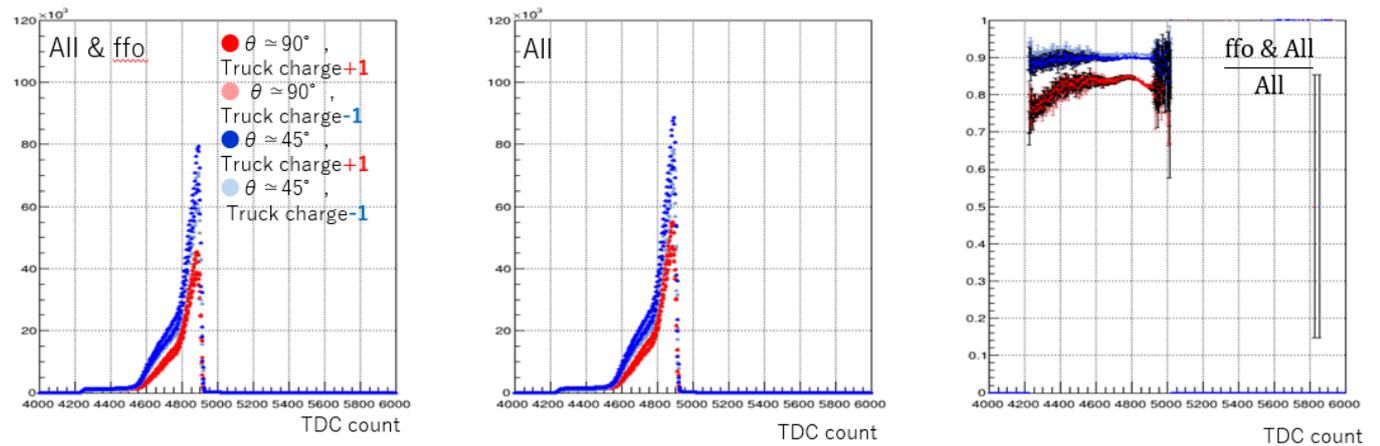


図 117 電荷毎の TDC の分布

D.3.3 ADC の分布

ADC とは、エネルギー損失を表す値である。図 118 は ADC の分布である。ADC が高い方向に向けてテールがあるのは、物質を電離するとき低確率で運動量が高い電子が出てくるからであるので、この ADC 分布はランダウ分布に従うとされている。図 119 はエネルギー損失の図であり、縦軸が距離当たり落とすエネルギーである。m.i.p とは minimum ionization particle の略でエネルギー損失が $12\text{MeVg}^{-1}\text{cm}^2$ 付近にある粒子のことである。赤点と青点で m.i.p の位置が違うのは、スペースチャージ効果ためである。また、図 120 のように $\theta \simeq 90^\circ$ では、一つの電子の進行方向に他の電子の進行方向が重なり、電子雪崩が抑制されるのも原因であると考えられる。

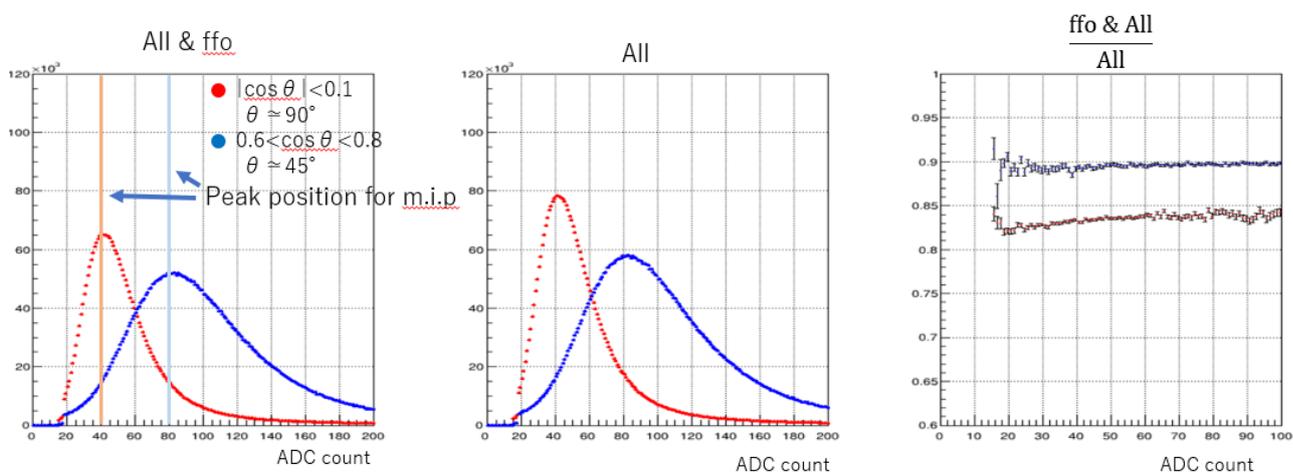


図 118 ADC の分布

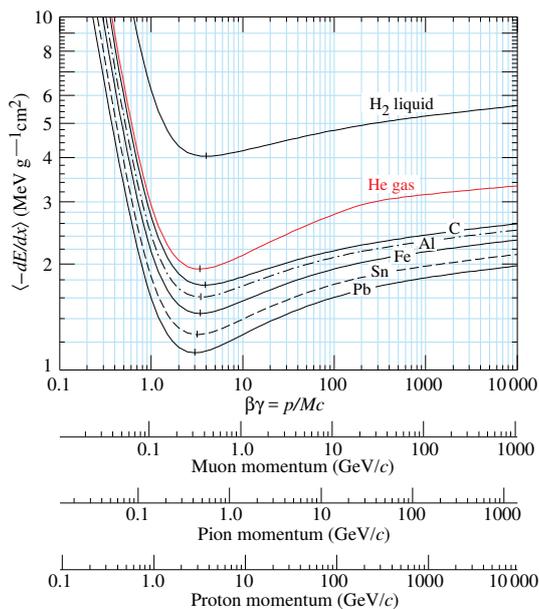


図 119 dE/dx と $\beta\gamma$ の分布

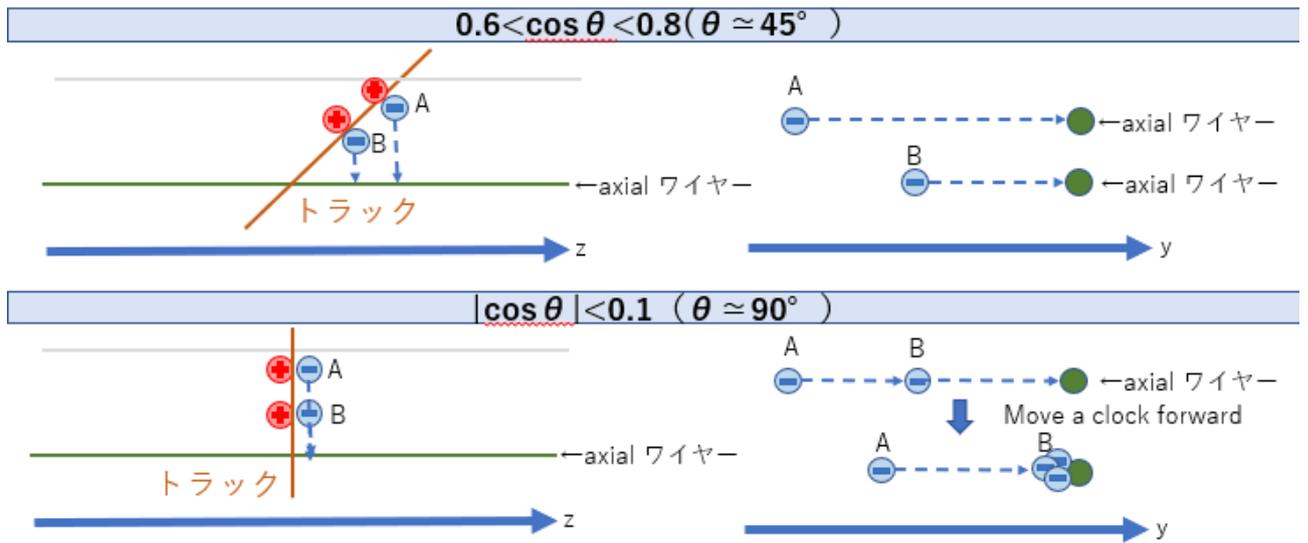


図 120 $\theta \approx 90^\circ$ と $\theta \approx 45^\circ$ の電子がワイヤーに到達するまでの違いの図

図 121 は、トラック毎の ADC の最小値を ADC_{min} とし、それをプロットした図である。一番左の図を見ると、閾値が二つあることがわかる。

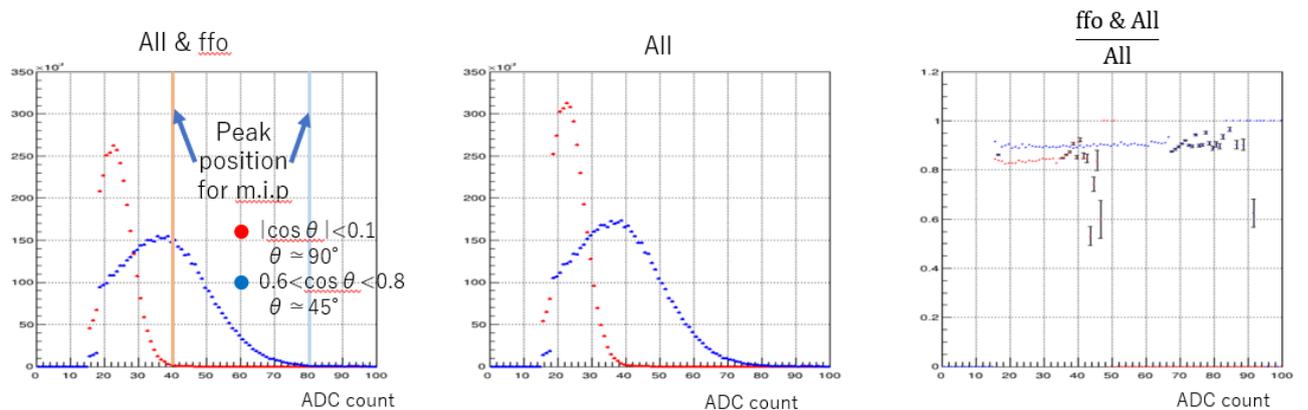


図 121 ADC の分布

D.4 まとめ

exp 12 の一部のデータを用いて、効率 ffo の解析を行った。

exp7,8,10 と同様に exp12 でも同じように $\theta \approx 90^\circ$ で効率 ffo が 5-10 % 下がっているのを確認した。ドリフトタイムが極端に短い所と、最長の所で効率 ffo が下がっていることも確認した。また ADC 分布でも $\theta \approx 90^\circ$ の ffo 効率が全体的に低いのを確認した。これらの結果は 90° 方向に放出されたトラックのトリガー効率の向上に役立つ貴重な情報である。

付録 E AdS/QCD 対応とメソン分布関数

本付録では、本研究の理論の背景を説明するために、AdS/QCD 対応からどのように強い結合下の中間子遷移分布振幅（いわゆる相対論的な $q\bar{q}$ 系の波動関数）が導かれるかについてまとめる。詳しくは文献 [19, 20] を参照されたい。

E.1 アンチド・ジッター空間

アンチド・ジッター空間とは、宇宙項のみの宇宙について論じた宇宙物理学者のド・ジッターにちなんだ名前である。（アンチというのは宇宙項が負になることによる。）この時空は非常に単純な構造を持った時空で、5次元時空のアンチド・ジッターの世界距離 (ds^2) は

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{MN} dx^M dx^N \\ &= \frac{R^2}{z^2} (\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - dz^2) \end{aligned} \quad (47)$$

で与えられる。ここで、 $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3)$ は4次元の時空で、 z が5次元目の座標、 $\eta_{\mu\nu}$ は4次元平面を表すミンコフスキー計量で $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ で与えられる。 R は時空の曲率半径である。この世界距離は任意の係数 λ に対する変換

$$x^\mu \rightarrow \lambda x^\mu, \quad z \rightarrow \lambda z \quad (48)$$

に対して不変となっている。この変換を共形変換 (conformal transformation) とよび、その変換に対して不変である理論を共形変換に不変な理論という。ちなみに QCD は共形変換に対して不変ではない。

この時空を伝搬するスカラー粒子 $\Phi(x^0, \dots, x^3, z)$ を考える。この粒子に対する運動のアクション (S) は、

$$S = \frac{1}{2} \int dx^4 dz \sqrt{g} e^{\varphi(z)} (g^{MN} \partial_M \Phi \partial_N \Phi - \mu^2 \Phi^2) \quad (49)$$

である。ここで、 $g = |g_{MN}| = \left(\frac{R}{z}\right)^{10}$ であり、これが曲がった空間の寄与を表している。 μ は5次元のスカラー粒子の質量であるが観測量ではない。また、 $\varphi(z)$ は共形変換の不変性を破るために導入された場であり、ディラトンという名前で呼ばれている。 $z \rightarrow 0$ で共形不変性を回復する必要があるので、この極限で $\varphi(z) \rightarrow 0$ となる必要がある。以下に示すように、

$$\varphi(z) = \kappa z^2 \quad (50)$$

と選ぶとハドロンの質量がよく再現することが知られている。ここで κ は理論の一つのパラメータである。

最小作用の原理 ($\delta S = 0$) より、スカラー場が満たすべき方程式が以下のように決まる。

$$\left[\partial_\mu \partial^\mu - \frac{z^3}{e^{\varphi(z)}} \left(\frac{e^{\varphi(z)}}{z^3} \partial_z \right) + \frac{(\mu R)^2}{z^2} \right] \Phi = 0 \quad (51)$$

ここで、 $\Phi(x, z)$ を x と z の変数分離し、4次元時空で平面波になる形の解をもとめる。

$$\Phi(x, z) = e^{iP_x} \Phi_{J=0}(z) \quad (52)$$

粒子の質量は $P_\mu P^{\mu\nu} = M^2$ である。この時、5次元の座標 z の関数 $\Phi_{J=0}(z)$ は次の方程式をみたす。

$$\left[-\frac{z^3}{e^{\varphi(z)}} \partial_z \left(\frac{e^{\varphi(z)}}{z^3} \partial_z \right) + \frac{\mu R}{z^2} \right] \Phi_{J=0} = M^2 \Phi_{J=0} \quad (53)$$

一方、スピン1の場合には、5次元のプロカ作用からスタートできる。その作用は

$$S = \int d^4 dz \sqrt{g} e^{\varphi(z)} \left(\frac{1}{4} g^{MR} g^{NS} F_{MN} F_{RS} - \frac{1}{2} \mu^2 g^{MN} \Phi_M \Phi_N \right) \quad (54)$$

で与えられる。ここで、 $F_{MN} = \partial_M \Phi_N - \partial_N \Phi_M$ である。この作用の変分がゼロという条件から、 Φ_N に対する運動方程式と束縛条件が決まる。いま、そのうち5番目の成分がゼロであるというゲージ $\Phi_z = 0$ を選ぶと、 Φ_ν , ($\nu = 0, \dots, 3$) は

$$\left[\partial_\mu \partial^\mu - \frac{z}{e^{\varphi(z)}} \partial_z \left(\frac{e^{\varphi(z)}}{z} \partial_z \right) + \left(\frac{(\mu R)^2}{z^2} \right) \right] \Phi_\nu = 0 \quad (55)$$

という波動方程式を満たす。物理的なスピン-1の場合は、偏極ベクトル ϵ_ν をもち、5次元目は平面波であると置くと、

$$\Phi_\nu(x, z) = e^{iPz} \Phi_{J=1} \cdot \epsilon_\nu \quad (56)$$

で、 $P_\mu P^\mu = M^2$ とすれば、 $\Phi_{J=1}$ の満たす波動方程式

$$\left[-\frac{z}{e^{\varphi(z)}} \partial_z \left(\frac{e^{\varphi(z)}}{z} \partial_z \right) + \left(\frac{(\mu R)^2}{z^2} \right) \right] \Phi_{J=1} = M^2 \Phi_{J=1} \quad (57)$$

が得られる。これがスピン1のハドロンの束縛状態を表す。

E.1.1 一般のスピン (J) の場合

同様に、一般のスピン J の場合には

$$\left[\left(-\frac{z^{3-2J}}{e^{\varphi(z)}} \partial_z \left(\frac{e^{\varphi(z)}}{z^{3-2J}} \partial_z \right) + \left(\frac{(mR)^2}{z^2} \right) \right) \right] \Phi_J = M^2 \Phi_J \quad (58)$$

ここで、

$$(mR)^2 = (\mu_{eff} R)^2 - Jz\varphi'(z) + J(5-J) \quad (59)$$

であり、 Φ_J は以下のように規格化されている。

$$R^{3-2J} \int_0^\infty \frac{dz}{z^{3-2J}} e^{\varphi(z)} \Phi_J^2(z) = 1 \quad (60)$$

スピン0の場合には $\mu_{eff} = \mu = m$ 、スピン1の場合には $\mu = m$ 、 $(\mu_{eff} R)^2 = (\mu R)^2 + z\varphi'(z) - 4$

E.2 Light Front QCD

QCD は3色のカラー対称性 $SU(3)_C$ を持つ。そのラグランジアンは

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{\Psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\Psi - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a,\mu\nu}, \quad (61)$$

ここで、

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s A_\mu^a T^a, \quad (62)$$

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (63)$$

で、 $[T^a, T^b] = if^{abc}T^c$ である。

一方、ライトフロント（または、ライトコーン）座標系とは、普通のローレンツ座標系 (x^0, x^1, x^2, x^3) を x^0 とブースト方向 x^3 で 45° 回転させた座標系

$$\begin{aligned} x^+ &= x^0 + x^3 \\ x^- &= x^0 - x^3 \end{aligned} \quad (64)$$

の事であり、ディラックによって最初に導入された。この座標系では x^+ が”時間の役割を果たす。この座標系の利点は、クォークとグルーオンの束縛状態であるハドロンをその構成要素を用いて表すことが便利にある [21]。いまハドロン の 4 元運動量をライトフロント座標系を用いて $P = (P^+, P^-, \mathbf{P}_\perp)$ とおくと、ここの変数は

$$\begin{aligned} P^+ &= P^0 + P^3 \\ P^- &= P^0 - P^3 \\ \mathbf{P}_\perp^2 &= (P^1)^2 + (P^2)^2 \end{aligned} \quad (65)$$

と定義される。 $P_\mu P^\mu = P^+ P^- - \mathbf{P}_\perp^2 = M^2$ より、この系のハミルトニアン P^- は

$$P^- = \frac{\mathbf{P}_\perp^2 + M^2}{P^+}, \quad P^+ > 0 \quad (66)$$

で与えられる。

このライトフロント座標系の運動量成分は、標準的な量子化により、QCD のラグランジアンから導かれる波動関数を用いて以下のように表せる。すなわち P^- は

$$\begin{aligned} P^- &= \frac{1}{2} \int dx^- d\mathbf{x}_\perp \psi_+ \gamma^+ \frac{(i\nabla_\perp)^2}{i\partial_+} \psi_+ + (\text{interactions}), \\ &= \sum_\lambda \int \frac{dq^+ d\mathbf{q}_\perp}{(2\pi)^3} \left(\frac{\mathbf{q}_\perp^2 + m^2}{q^+} \right) b_\lambda^\dagger(q) b_\lambda(q) + (\text{interactions}) \end{aligned} \quad (67)$$

一方、 P^+ と \mathbf{P}_\perp は

$$\begin{aligned} P^+ &= \int dx^- d^2\mathbf{x}_\perp (\bar{\psi}_+ \gamma^+ i\partial^+ \psi_+ - A^{a\mu} (i\partial_+)^2 A_\mu^a) \\ &= \sum_\lambda \int \frac{dq^+ d\mathbf{q}_\perp}{(2\pi)^3} q^+ b_\lambda^\dagger(q) b_\lambda(q), \\ \mathbf{P}_\perp &= \frac{1}{2} \int dx^- d^2\mathbf{x}_\perp (\bar{\psi}_+ \gamma^+ i\nabla_\perp \psi_+ - A^{a\mu} i\partial^+ i\nabla_\perp A_\mu^a) \\ &= \sum_\lambda \int \frac{dq^+ d\mathbf{q}_\perp}{(2\pi)^3} \mathbf{q}_\perp b_\lambda^\dagger(q) b_\lambda(q) \end{aligned} \quad (68)$$

式 (67) と式 (68) で重要なことは、 P^- のみがハドロン の 束縛状態に関する力学の影響を受け、 P^+ と \mathbf{P}_\perp は、構成要素の運動エネルギー成分の和のみで、相互作用の影響を受けないことである。

E.3 ライトフロント座標による中間子状態の表示

いま、 n 個のパートンからなる束縛系を考え、 i 番目の要素（クォーク）の 4 元運動量を $k_i^\mu = (k_i^+, k_i^-, \mathbf{k}_{i,\perp})$ とおく。いま、パートンの持つ $+$ 方向の運動量のハドロン運動量との比を

$$x_i = k_i^+ / P^+$$

とおくと

$$P^+ = \sum_{i=1}^n k_i^+, \quad \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_{i,\perp} = 0 \quad (69)$$

が成り立つ。

ハドロンが横運動量を持たない $\mathbf{P}_\perp = 0$ の系において、ハドロンの不変質量 M は $M^2 = P_\mu P^\mu = P^+ P^-$ で与えられる。従って、ハドロンの状態を $|\Psi(P)\rangle$ と表すと、この系の質量は

$$\begin{aligned} M^2 &= \langle \Psi(P') | P_\mu P^\mu | \Psi(P) \rangle \\ &= \langle \Psi(P') | P^+ P^- | \Psi(P) \rangle \end{aligned} \quad (70)$$

ここで、 $|\Psi(P)\rangle$ は次のように規格化されている。

$$\langle \Psi(P') | \Psi(P) \rangle = 2P^+ (2\pi)^3 \delta(P^+ - P'^+) \delta^2(\mathbf{P}_\perp - \mathbf{P}'_\perp) \quad (71)$$

なお、 P^+ は構成要素の運動量 k_i^+ を用いてその和 (式 (69)) と等しいが P^- は各構成要素の和より、相互作用の分だけ小さくなる。

$$\begin{aligned} P^- &= \sum_{a=1}^n k_a^- + \text{interactions} \\ &= \sum_{a=1}^n \frac{\mathbf{k}_{\perp,a}^2 + m_a^2}{k_a^+} + (\text{interactions}) \end{aligned} \quad (72)$$

ここで、束縛状態なので、(interactions) の項は負の値をとる。また、2番目の式は k^- を横運動量と粒子の質量で表した。このようにエネルギーを平方根ではなく分数で書けるところがライトフロント座標の利点である。

いま、束縛状態にある a 番目のパートンの運動量が $x_a P^+$ であるとすると、系の M^2 は

$$\begin{aligned} M^2 &= \langle \Psi(P') | P^+ \sum_{a=1}^n \frac{\mathbf{k}_{\perp,a}^2 + m_a^2}{k_a^+} | \Psi(P) \rangle + \text{interactions} \\ &= \langle \Psi(P') | \sum_{a=1}^n \frac{\mathbf{k}_{\perp,a}^2 + m_a^2}{x_a} | \Psi(P) \rangle + (\text{interactions}) \end{aligned} \quad (73)$$

$$(74)$$

以下 $n = 2$ で中間子の場合を考える。また、簡単のためにクォークの質量をゼロとおく。この場合、 $x_1 = 1 - x_2 \equiv x$, $\mathbf{k}_{\perp,1} = \mathbf{k}_{\perp,2} \equiv \mathbf{k}_\perp$ より、中間子の M^2 は

$$M^2 = \int dx \int \frac{d^2 \mathbf{k}_\perp}{16\pi^3} \frac{\mathbf{k}_\perp^2}{x(1-x)} |\psi(x, \mathbf{k}_\perp)|^2 + (\text{interactions}) \quad (75)$$

で与えられる。ここで、 $\psi(x, \mathbf{k}_\perp)$ は、運動量フラクション x , 横運動量 \mathbf{k}_\perp を持つ束縛状態のパートンの波動関数である。この波動関数をフーリエ変換すると、

$$\psi(x, \mathbf{k}_\perp) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int d^2 \mathbf{b}_\perp \exp(i\mathbf{b}_\perp \mathbf{k}_\perp) \quad (76)$$

M^2 はまた、

$$M^2 = \int \frac{dx}{1(1-x)} \int d^2 \mathbf{b}_\perp \psi^*(x, \mathbf{b}_\perp) (-\nabla_{\mathbf{b}_\perp}^2) \psi(x, \mathbf{b}_\perp) + (\text{interactions}) \quad (77)$$

で与えられる。ここで、各波動関数は次のように規格されている。

$$\int dx \int \frac{d^2 \mathbf{k}_\perp}{16\pi^3} |\psi(x, \mathbf{k}_\perp)|^2 = \int dx \int d\mathbf{b}_\perp |\psi(x, \mathbf{b}_\perp)|^2 = 1 \quad (78)$$

このインパクト空間を表す変数としてローレンツ不変な変数 ζ を以下のように定義する。

$$\zeta = \sqrt{x(1-x)\mathbf{b}_\perp^2} \quad (79)$$

そして、波動関数をブーストに不変な量 x, ζ 及び ϕ の関数として波動関数 $\psi(x, \zeta, \varphi)$ を関数の積で表す。

$$\psi(x, \zeta, \varphi) = e^{iL\varphi} X(x) \frac{\phi(\zeta)}{\sqrt{2\pi\zeta}} \quad (80)$$

こうすることにより、波動関数 ψ をダイナミクスを含まない縦方向の依存性 $X(x)$ と φ 方向の依存性とダイナミクスを含む成分 $\phi(\zeta)$ に分けることができる。実際、式 (77) のラプラシアン $\nabla_{\mathbf{b}_\perp}^2$ は極座標系 (ζ, φ) において、

$$\nabla_\zeta^2 = \frac{d}{d\zeta} \frac{d}{d\zeta} \left(\zeta \frac{d}{d\zeta} \right) + \frac{1}{\zeta^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (81)$$

で表すことができ、かつ横方向の軌道角運動量 L に対応する成分を抜き出される。以上より、式 (77) は、 $\phi(\zeta)$ を用いて、

$$M^2 = \int d\zeta \phi^*(\zeta) \sqrt{\zeta} \left(-\frac{d^2}{d\zeta^2} - \frac{1}{\zeta} \frac{d}{d\zeta} + \frac{L^2}{\zeta^2} \right) + \int d\zeta \phi^* U(\eta) \phi(\zeta) \quad (82)$$

となる。ここで、2番目の項はすべての相互作用の効果を含む項で、その効果がポテンシャル $U(\zeta)$ に含まれていると仮定されている。ここにはクォークの閉じ込めの効果も含まれている。これを QCD から計算することは今後の課題である。

以上より、固有値 M^2 を持つ関数 (状態) ϕ の固有値方程式

$$\left(-\frac{d^2}{d\zeta^2} - \frac{1-4L^2}{4\zeta^2} + U(\zeta) \right) \phi(\zeta) = M^2 \phi(\zeta) \quad (83)$$

が得られた。

E.4 Light-Front QCD とハドロンスペクトラム

ライトフロントで求めたハドロンの M^2 を与える固有方程式 (式 (83)) と AdS でスピン J のハドロンの質量を与える方程式 (式 (58)) が非常によく似ていることが分かるであろう。

実際、式 (58) において $(1/z)^{J-(d-1)/2}$ の項を次のように書き換え、 $d=4$ として、

$$\Phi_J(z) = \left(\frac{R}{z} \right)^{J-(d-1)/2} e^{-\varphi(z)/2} \phi_J(z) \quad (84)$$

これを式 (58) に代入すると、 $\phi_J(z)$ は以下の式を満たす。

$$\left(-\frac{d^2}{dz^2} - \frac{1-4L^2}{4z^2} + U(z) \right) \phi(z) = M^2 \phi(z) \quad (85)$$

ここで、

$$U(z, J) = \frac{1}{2} \varphi''(z) + \frac{1}{4} (z)^2 + \frac{2J-3}{2z} \varphi'(z) \quad (86)$$

式 (85) と式 (83) は、 z を ζ で置き換え ($z = \zeta$)

$$(mR)^2 = -(2 - J)^2 + L^2 \quad (87)$$

(mR) とスピンとの対応関係をとることにより、ライトフロントの固有方程式 (式 (83) と全く同じ形をしている。^{*5}また、ライトフロント QCD ではポテンシャル $U(\zeta)$ の形を決められなかったが、AdS/QCD ではディラトン場 (φ) の形から式 (86) により与えられている。

E.5 中間子の LightFront ホログラフィックモデル

今ディラトン場として

$$\varphi(z) = \lambda z^2 \quad (88)$$

を選ぶ。これは”softwall” モデルと言われているもので、 λ は実験から決めるべきパラメータである。

以下、 $z = \zeta$ とおき、 ζ に関する方程式とみなす。

するとポテンシャル $U(\zeta, J)$ は

$$U(\zeta, J) = \lambda^2 \zeta^2 + 2\lambda(J - 1) \quad (89)$$

である。ここで $\lambda^2 \zeta^2$ の項はもとの conformal 対称性からユニークに決まっており、 $2\lambda(J - 1)$ は 5 次元時空のスピン表現から決まっている。

このようなポテンシャルを持つ波動方程式

$$\left(-\frac{d^2}{d\zeta^2} - \frac{1 - 4L^2}{4\zeta^2} + U(\zeta) \right) \phi(\zeta) = M^2 \phi(\zeta) \quad (90)$$

の一般解は

$$\phi_{n,L}(\zeta) = |\lambda|^{(1+L)/2} \sqrt{\frac{2n!}{(n+L)!}} \zeta^{1/2+L} e^{-|\lambda|\zeta^2/2} L_n^L(|\lambda|\zeta^2) \quad (91)$$

その固有値は

$$M^2 = (4n + 2L + 2)|\lambda| + 2\lambda(J - 1) \quad (92)$$

関数 $\phi(\zeta) = \langle \eta | \phi \rangle$ は $\langle \phi | \phi \rangle = \int d\zeta \phi^2(\zeta) = 1$ で規格化されている。式 (91) の関数 $L_n^L(x)$ は一般化されたルーゲル特殊関数 (generalized Laguerre polinomial) で、

$$L_n^L(x) = \frac{x^L e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x} x^{n+L}) \quad (93)$$

で与えられる。代表的な値は

$$\begin{aligned} L_0^0(x) &= 1 \\ L_1^L(x) &= 1 + L - x \end{aligned} \quad (94)$$

である。

中間子の質量スペクトラム式 (92) の特徴。

^{*5} ここで、軌角運動量 L を導入したのは、AdS の解の安定条件 (mR) ≥ 4 が L の安定条件 $L \geq 0$ に対応するようにするためである。

1. スピン $J = 1$ 以外ではスペクトラムが $\lambda > 0$ と $\lambda < 0$ で全く違う。 $\lambda < 0$ は実験結果を説明できない。
 $\lambda > 0$ のとき、

$$M_{n,J,L}^2 - 4\lambda \left(n + \frac{J+L}{2} \right) \quad (95)$$

2. $n = L = J = 0$ が一番質量が低い状態です。その時 $M^2 = 0$ が π に対応する。一方、 ρ は $J = 1, L = 0$ 、 a_1 は $J = 1, L = 1$ に対応するので、

$$m_\pi^2 = 0, \quad m_\rho^2 = 2\lambda, \quad m_{a_1}^2 = 4\lambda \quad (96)$$

3. 質量の2乗が角運動量 (L) および主量子数 (n) に比例している。これは昔レジーエ軌跡と呼ばれた現象である。
 4. 以下の表にフィットで求めた $\sqrt{\lambda}$ の値を示す。

種類	$\sqrt{\lambda}$ GeV
軽い擬スカラー中間子とその励起状態	0.59
擬スカラーストレンジ中間子 ($s\bar{s}$)	0.59
軽いベクター中間子とその励起状態	0.54
ベクターストレンジ中間子とその励起状態 ($s\bar{q}$)	0.54

E.6 π 中間子遷移構造関数

仮想光子 (q_1) と実光子 (q_2) から π 中間子への遷移、 $\gamma^*(q_1)\gamma(q_2) \rightarrow \pi^0(p)$ 、を表す構造関数 $F_{\gamma\pi}(Q^2)$ は、次の振幅で定義されている。

$$\int d^4x e^{-iq_1x} \langle \pi^0(p) | T(j_\mu(x)j_\nu(0)) | 0 \rangle = i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} q_1^\alpha q_2^\beta F_{\gamma\pi}(Q^2) \quad (97)$$

ここで、 $Q^2 = -q_1^2$, $q^2 = -q_2^2 \sim 0$ で、電磁電流 j_μ は $j_\mu = (\frac{2}{3}\bar{u}\gamma_\mu u - \frac{1}{3}\bar{d}\gamma_\mu d)$ で与えられる。

この構造関数を5次元のAdS空間で扱うためには、2つの光子の運動量と偏極及び中間子の運動量で、合計5つのローレンツインデックスを持つ5次元の相互作用を考える必要がある。そのもっとも簡単な例が、チャン・サイモン項 (CS 項) と呼ばれる作用である。5次元のCS振幅は

$$\mathcal{M} = \int d^4x \int dz \epsilon^{LMNPQ} A_L \partial_M A_N \partial_P A_Q \sim (2\pi)^4 \delta^4(P - q_1 - q_2) F_{\gamma\pi}(Q^2) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_\mu \epsilon_\nu q_{1,\alpha} q_{2,\beta} \quad (98)$$

で与えられる [19]。

AdS 空間では、仮想光子は

$$A_\mu(x^\mu, z) = \epsilon_\mu e^{-iq_1x} V(q_1^2, z) \quad (99)$$

で伝わる。ここで、 $V(q^2, z)$ は”バルク・境界伝搬子”で、5番目の次元を伝わる光子を表す。その境界条件は

$$V(q^2 = 0, z) = V(q^2, z = 1) = 1 \quad (100)$$

で与えられる。一方、実光子 (q_2) は質量殻 ($q_2^2 = 0$) にあるので、

$$A_\nu(x^\nu, z) = \epsilon_\nu(q_2)e^{-iq_2x} \quad (101)$$

で与えられる。同様に、5次元空間を伝搬する π 中間子は

$$\Phi_P(x^\mu, z) = e^{-iPx}\Psi_\pi(z) \quad (102)$$

で与えられる。ここで、 $\Psi_\pi(z)$ は $z \rightarrow 0$ に近づくと $\Phi_\pi \rightarrow z^2$ のようにふるまうことが期待される。また、 A_L の5番目の成分は $A_z \sim \Psi_\pi/z$ のようにふるまう。

以上を式 (98) に対入し、 $(2\pi)^4\delta(P - q_1 - q_2)$ の項を除くと、

$$F_{\gamma\pi}(Q^2) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{dz}{z} \Phi_\pi(z)V(Q^2, z) \quad (103)$$

を得る。ここで、AdS の半径 $R = 1$ を単位として用いた。

E.6.1 $\Phi_\pi(z)$

$\Phi_\pi(z)$ は、式 (84) で与えられる AdS/QCD で求めた中間子の波動関数で、 $J = 0, d = 4, R = 1$ と置くことにより与えられる。

$$\Phi_\pi(z) = \Phi_{J=0}(z) = z^{3/2}e^{-\lambda z^2/2}\phi_{J=0}(z) \quad (104)$$

ここで、 $\phi_{J=0}(z)$ は式 (91)) で $n = 1, L = 0$ 置き、対応関係 $z = \zeta$ を用いることにより

$$\phi_{J=0} = \sqrt{2}|\lambda|^{1/2}z^{1/2}e^{-|\lambda|z^2/2}L_1^0(|\lambda|z^2) \quad (105)$$

で与えられる。したがって、

$$\Phi_\pi(z) = \sqrt{2}|\lambda|^{1/2}z^2e^{-|\lambda|z^2}L_1^0(|\lambda|z^2) \quad (106)$$

である。以降、 $z \sim 0$ の付近の振る舞いに興味があるので $L_1^0(|\lambda|z^2) = 1$ とおく。

中間子の質量や中間子電磁 (EM) 構造関数のところで見たように、ライトフロントの QCD 波動関数 ψ と AdS のパイオン波動関数 Φ には、式 (80) の関係がある。

$$\psi(x, \zeta, \varphi) = e^{iM\varphi}X(x)\frac{\phi(\zeta)}{\sqrt{2\pi\zeta}} \quad (107)$$

ここで、

$$\phi(\zeta) = \zeta^{-3/2}e^{+\lambda\zeta^2/2}\Phi(\zeta) \quad (108)$$

$$z \rightarrow \zeta = \sqrt{(x(1-x)|\mathbf{b}_\perp|} \quad (109)$$

である。また、中間子電磁構造関数での議論より $X(x)$ は

$$X(x) = \sqrt{x(1-x)} \quad (110)$$

で与えられる。

以上より、 π 中間子のライトフロント波動関数 ψ_π は

$$\psi_\pi(x, \mathbf{b}_\perp) = \frac{\sqrt{|\lambda|}}{\sqrt{\pi}}\sqrt{P_{q\bar{q}}}\sqrt{x(1-x)}e^{-\lambda x(1-x)\mathbf{b}_\perp^2/2} \quad (111)$$

で与えられる。ここで、 $P_{q\bar{q}}$ は π 中間子が $q\bar{q}$ 成分である確率である。(一般には π 中間子は 4 クォーク状態 $qq\bar{q}\bar{q}$ である確率も持つ。)

パイオン分布関数 $\phi(x)$ は、ライトフロント関数を横運動量成分 \mathbf{k}_\perp について積分した量として定義される。

$$\phi(x) = \int \frac{d^2\mathbf{k}_\perp}{16\pi^3} \psi_\pi(x, \mathbf{k}_\perp) \quad (112)$$

ここで、 $\psi_\pi(x, \mathbf{k}_\perp)$ は、 $\psi_\pi(x, \mathbf{b}_\perp)$ を \mathbf{k}_\perp 空間にフーリエ変換した関数である。 $\phi(x)$ は、 $\pi \rightarrow \mu\nu$ 崩壊により規格化されており、その積分値は

$$\int_0^1 dx \phi(x) = \frac{f_\pi}{2\sqrt{3}} \quad (113)$$

ここで、($f_\pi = 92.4$ MeV はパイオン崩壊定数である。以上より、 $\phi(x)$ は

$$\phi(x) = \frac{4}{\sqrt{3}\pi} f_\pi \sqrt{x(1-x)} \quad (114)$$

で与えられる。ここで、 f_π は $P_{q\bar{q}}$ と λ との間に、

$$f_\pi = \sqrt{P_{q\bar{q}}} \frac{\sqrt{3}}{8} \sqrt{|\lambda|} \quad (115)$$

の関係を持つ。なお、一般に f_π は $\Phi_\pi(z)$ から、以下の定義で与えられる。

$$f_\pi = \frac{1}{4\pi} \left. \frac{\partial_z \Phi_\pi(z)}{z} \right|_{z=0} \quad (116)$$

そのため、 f_π を用いると式 (117) の $\Phi_\pi(z)$ は

$$\Phi_\pi(z) = 2\pi f_\pi z^2 e^{-|\lambda|z^2} L_1^0(|\lambda|z^2) \quad (117)$$

と書ける。

E.6.2 $V(Q^2, z)$

5次元時空を伝搬する電磁波を表す $V(Q^2, z)$ は、AdS 空間の作用

$$S_{em} \int d^d x dz \sqrt{g} e^{\varphi(z)} F_{MN} F^{MN} \quad (118)$$

を最小化することにより得られる。ここで $F_{MN} = \partial_M A_N - \partial_N A_M$ である。式 (99) で定義される $V(Q^2, z)$ は次式の方程式を満たす。

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} - \left(\frac{1}{z} - \varphi'(z) \right) \frac{d}{dz} - Q^2 \right] V(Q^2, z) = 0 \quad (119)$$

ここで、 $Q^2 = -q_1^2$, $\varphi(z) = \lambda z^2$ である。この方程式で、境界条件 (式 (100)) を満たす解は、

$$V(Q^2, z) = \Gamma \left(1 + \frac{Q^2}{4\lambda} \right) U \left(\frac{Q^2}{4\lambda}, 0, \lambda z^2 \right) \quad (120)$$

で与えられる。ここで、 $U(a, b, c)$ はトリコニ超幾何関数 (Tricomi confluent hypergeometric function) である。この関数は Q^2 が大きいとき以下のベッセル関数の表示と一致する。

$$V(Q^2 z) = zQK_1(zQ) \quad (121)$$

$$= \int_0^1 dx J_0 \left(zQ \sqrt{\frac{1-x}{x}} \right) \quad (122)$$

$$\sim \sqrt{\frac{\pi}{2Qz}} e^{-Qz} \quad \text{for large } Q$$

式 (123) はまた、次のような積分表示可能である。

$$\begin{aligned} V(Q^2 z) &= zQK_1(zQ) \\ &= 2Q^2 \int_0^\infty \frac{tJ_0(zt)}{(t^2 + Q^2)^2} dt \end{aligned} \quad (123)$$

式 (123) と式 (106) の Φ_π を式 (103) に導入することにより、 $F_{\pi\gamma}(Q^2)$ として、

$$F_{\pi\gamma}(Q^2) = \frac{\sqrt{2P_{q\bar{q}}Q^2}}{\pi\sqrt{\lambda}} \int_0^\infty \frac{tdt}{(t^2 + Q^2)^2} e^{-t^2/2\lambda}, \quad (124)$$

をえる。代入の時に $t = Q\sqrt{(1-x)/x}$ と置いた。

ここで積分変数を

$$x = \frac{Q^2}{t^2 + Q^2}$$

で置き換えると

$$F_{\pi\gamma}(Q^2) = \frac{P_{q\bar{q}}}{2\pi^2 f_\pi} \int_0^1 dx \exp \left(-\frac{(1-x)P_{q\bar{q}}Q^2}{4\pi^2 f_{\pi}^2 x} \right) \quad (125)$$

さらに部分積分を実行すると最終結果

$$Q^2 F_{\pi\gamma}(Q^2) = \frac{4}{\sqrt{3}} \int_0^1 dx \frac{\phi(x)}{1-x} \left[1 - \exp \left(-\frac{(1-x)P_{q\bar{q}}Q^2}{4\pi^2 f_{\pi}^2 x} \right) \right] \quad (126)$$

を得る。

ここでパイオン分布振幅 $\phi(x)$ は、CS の作用の場合には QCD の漸近形

$$\phi(x) = \sqrt{3} f_\pi x(1-x) \quad (127)$$

一方、中間子の質量や電磁構造関数から求まる形は式 (114) で与えられる。

$$\phi(x) = \frac{4}{\sqrt{3}\pi} f_\pi \sqrt{x(1-x)} \quad (128)$$

$F_{\pi\gamma}(Q^2)$ における両者の差は、それほど大きくはない。実験的にはこのどちらかでデータが記述できるか確認することがまず重要である。